

2013—(A(理系))

■ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計8カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて **HB** の黒鉛筆または **HB・0.5 mm** 以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) x が方程式 $\cos 2x - 3\sin x + 1 = 0$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) の解であるとき、 $t = \sin x$ とおくと、 t は 2 次方程式 $= 0$ の解である。したがって、 $x =$ である。また、 $x =$ のとき、 $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) =$ である。

- (2) $z = 1 + 2i$, $w = 1 - 2i$ のとき

$$z^2 + w^2 = \text{エ}, \quad \frac{w}{z^2} + \frac{z}{w^2} = \text{オ}$$

である。ただし、 $i^2 = -1$ とする。

- (3) 関数 $f(x)$ について $f(a) = p$, $f'(a) = q$ が成り立つとき、

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a)}{h} = \text{カ}, \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{f(a+h)\}^2 - \{f(a)\}^2}{h} = \text{キ}$$

である。

- (4) 3個のサイコロを同時に投げるとき、少なくとも1個のサイコロに偶数の目が出る確率は
 であり、3個のサイコロの出た目の和が6となる確率は である。また、3個のサイコロの出た目の和が7以上となる確率は である。

[2]

p を正の実数とし,

$$x^2 - (2p + 4)x + y^2 + 2p^2y + p^4 - p^3 + 7p^2 - 5p = 0$$

で表される円を C とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) p がすべての正の実数値をとって変化するとき, 円 C の中心の軌跡を求めよ.
- (2) 円 C の半径の最小値とそのときの p の値を求めよ.
- (3) (2) で求めた p の値に対して, 原点 $O(0, 0)$, 点 $A(4, 3)$ と円 C 上を動く点 B の 3 点でできる $\triangle OAB$ の面積を S とするとき, S のとりうる値の範囲を求めよ.

[3]

$\triangle ABC$ の内部にある点 O が $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}|$ を満たし、正の実数 s, t, u が

$$s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} + u\overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

を満たすとする。次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OD} = -\frac{s}{t+u}\overrightarrow{OA}$ とするとき、点 D は辺 BC 上にあることを示せ。また、 $BD : DC$ を求めよ。
- (2) 2点 E, F が、 $\overrightarrow{OE} = -\frac{t}{s+u}\overrightarrow{OB}$ と $\overrightarrow{OF} = -\frac{u}{s+t}\overrightarrow{OC}$ を、それぞれ満たすとする。このとき、 $|\overrightarrow{OD}| = |\overrightarrow{OE}| = |\overrightarrow{OF}|$ ならば $s = t = u$ であることを示せ。
- (3) $s = t = u$ であるとし、 $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = r$ とおく。このとき、 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ であることを示し、また、 $\triangle ABC$ の面積を r を用いて表せ。

[4]

$f(x) = \sqrt{x}(x-6) \ (x \geq 0)$ に対して, 曲線 $y = f(x)$ を C とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $f(x)$ の増減を調べ, 極値とそのときの x の値を求めよ. また, 曲線 C の $x > 0$ の部分の凹凸を調べよ.
- (2) $p > 0$ とする. 曲線 C 上の点 $(p, f(p))$ における接線と y 軸との交点の y 座標を求めよ.
- (3) 曲線 C に点 $A(0, -10)$ から引いた接線 ℓ の方程式を求めよ.
- (4) 曲線 C と接線 ℓ および y 軸とで囲まれる部分の面積 S を求めよ.

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——