

2013—(B)

◎ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 00 (60分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計4カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて **HB の黒鉛筆**または **HB・0.5 mm 以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) $\triangle ABC$ において $AB = 8$, $AC = 7$, $B = 60^\circ$ とする。点 A から辺 BC に下ろした垂線を AH とすると $AH =$, $BH =$, $CH =$ である。また, $C > 90^\circ$ とすると, $BC =$ であり, $\cos C =$ である。ただし, , , , , はすべて数値である。

(2) 正 10 角形 $ABCDEFGHIJ$ の 10 個の頂点のうちの 3 個を頂点とする 三角形の個数は 個である。 個の三角形のうち, 正 10 角形と 1 辺だけ共有する三角形は 個ある。また 個の三角形のうち, 正三角形は 個あり, 二等辺三角形は 個あるの
で, 3 辺の長さが相異なる三角形は 個ある。

——— このページは白紙です。 ———

〔2〕

次の文章中の $\square$ に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた $\square$ の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) $u = \cos x$ において $\cos 2x$ を u の 2 次式で表すと $\cos 2x = \square{\text{ア}}$ である。 $\cos 3x = \cos(x+2x)$ より $\cos 3x$ を u の 3 次式で表すと $\cos 3x = \square{\text{イ}}$ である。 よって関数

$$y = \cos 3x - \cos 2x + \cos x - 1$$

を u の式で表すと $y = \square{\text{ウ}}$ である。 よって方程式

$$\cos 3x - \cos 2x + \cos x - 1 = 0$$

の $0 \leq x \leq \pi$ の範囲における解は $x = 0, \frac{\pi}{2}, \square{\text{エ}}$ である。 また、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、不等式

$$\cos 3x - \cos 2x + \cos x - 1 < -1$$

を満たす x の値の範囲は $\square{\text{オ}} < x < \frac{\pi}{3}$ である。

- (2) n を自然数とする。 xy 平面上の 3 つの直線

$$y = -2x + n + 2, \quad x = 0, \quad y = 0$$

で囲まれてできる三角形を T_n とする。 T_n の内部または辺上の点 (s, t) のうち、座標 s, t がともに自然数であるものの個数を a_n で表す。 このとき、 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = \square{\text{カ}}, a_4 = \square{\text{キ}}, a_5 = \square{\text{ク}}$ である。 また一般に自然数 q に対し、 $a_{2q} = \square{\text{ケ}}, a_{2q-1} = \square{\text{コ}}$ である。 ただし $\square{\text{カ}}, \square{\text{キ}}, \square{\text{ク}}$ は数値であり、 $\square{\text{ケ}}, \square{\text{コ}}$ は q の式である。

——— このページは白紙です。 ———

〔3〕

t を実数とする. xy 平面で $y = x^2 + (1 - 2t)x + t^2$ で表される放物線を C_t とする. 次の問いに答えよ.

(1) 直線 $y = x$ は C_t の接線であることを示せ.

(2) s を実数とし, $s \neq t$ とする. C_s と C_t の交点の x 座標を s, t を用いて表せ.

(3) s を実数とし, $s < t$ とする. C_s, C_t と直線 $y = x$ で囲まれる図形の面積 S を定積分で表せ.

(4) (3) の S を s, t を用いて表せ.

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——