

2014—(C(理系))

■ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計8カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて **HB の黒鉛筆**または **HB・0.5 mm 以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の に適する数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 関数 $y = 2\sin^2 x + 2\cos x + 1$ ($0 \leq x \leq \pi$) は $x =$ ア のとき最大値 イ をとり、 $x =$ ウ のとき最小値 エ をとる。

(2) 10本のくじがある。そのうち当たりくじは1等が1本、2等が3本であり、残りははずれくじである。これらのくじから同時に3本を引く。当たりくじを少なくとも1本引く確率は オ である。1等、2等、はずれくじをそれぞれ1本ずつ引く確率は カ である。引いた3本の中に2等が2本以上ある確率は キ である。

(3) 整数 a, b を係数とする2次式

$$P(x) = x^2 + ax + b$$

が $x + 2 + \sqrt{2}$ で割り切れるとすると、 $a =$ ク , $b =$ ケ である。さらに、

$$Q(x) = (x - c)P(x)$$

を $x + 1$ で割ったときの余りが2であるとする、定数 c の値は $c =$ コ である。

[2] 座標空間内に3点 $A(1, 1, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ がある. 線分 BC を $1:3$ に内分する点を D とする. 点 $P(x, y, z)$ が

$$4(1-t)\overrightarrow{AP} + 3t\overrightarrow{BP} + t\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{0}, \quad 0 \leq t \leq 1$$

を満たすとき, 次の問いに答えよ.

(1) 点 D の座標を求めよ.

(2) x, y, z をそれぞれ t の式で表せ.

(3) $|\overrightarrow{OP}|^2$ と内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OC}$ を, それぞれ t の式で表せ.

(4) $\triangle OPC$ の面積 S を t の式で表せ. また, S の最小値とそのときの t の値を求めよ.

[3]

r を 1 でない定数とする．漸化式

$$a_1 = 0, \quad a_2 = 1, \quad a_{n+2} = (r+1)a_{n+1} - ra_n + 1 \quad (n \geq 1)$$

で定義される数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とするとき，次の問いに答えよ．

(1) b_1 を求めよ．また b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ．

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ．

(3) $r = 2$ のとき，数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

[4]

$f(x) = -x \log x$ ($x > 0$) とおき, 曲線 $y = f(x)$ を C とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $f'(x)$ を求めよ. また, $f(x)$ の極値とそのときの x の値を求めよ.
- (2) C 上の点 $P(t, f(t))$ における接線 ℓ の方程式を求めよ.
- (3) ℓ と y 軸との交点 Q と点 $R(0, f(t))$ を考える. Q と R が一致するような t の値を a とするとき, a を求めよ.
- (4) $0 < t < a$ のとき $\triangle PQR$ を直線 PR の周りに 1 回転してできる立体の体積を $V(t)$ とする. このとき, $V(t)$ の極値とそのときの t の値を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———