

2015—(C(理系))

■ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計8カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 3つの定積分

$$I = \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx, \quad J = \int_0^2 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx, \quad K = \int_0^2 \frac{4+x-x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

の値を求めると、 $I = \text{ア}$ ， $J = \text{イ}$ ， $K = \text{ウ}$ となる。

(2) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 3}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定義されている。 $b_n = \frac{1}{a_n}$

とおくと、数列 $\{b_n + 1\}$ は初項 、公比 の等比数列になるから、数列 $\{a_n\}$ の一般項を n の式で表すと、 $a_n = \text{力}$ である。

(3) $\frac{2x^3 - 7x^2 + 11x - 16}{x(x-2)^3} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{(x-2)^2} + \frac{d}{(x-2)^3}$ が x についての恒等式となるよう

に定数 a, b, c, d を定めると、 $a = \text{キ}$ ， $b = \text{ク}$ ， $c = \text{ケ}$ ， $d = \text{コ}$ である。

[2]

次の文章中の $\square$ に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた $\square$ の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。ただし、答えが n の多項式を因数として含む場合は、それを可能な限り因数分解した形で書け。

例 $\frac{n^2+3n+2}{5} \left(\frac{1}{9}\right)^n$ のことは $\frac{(n+1)(n+2)}{5} \left(\frac{1}{9}\right)^n$ あるいは $\frac{(n+1)(n+2)}{5} \left(\frac{1}{3}\right)^{2n}$ と書け。

0 から 3 までの数字が一つずつ書かれた 4 枚のカードから 1 枚を取り出して元に戻すという試行を n 回行う。取り出した n 枚に書かれていた数の和を S_n とし、 $S_n \leq 3$ となる確率を P_n とする。

$P_1 = \square{\text{ア}}, P_2 = \square{\text{イ}}$ である。

$n \geq 3$ のときは、 $S_n = 0, 1, 2, 3$ に場合分けして考えよう。

$S_n = 0$ となる確率は $\square{\text{ウ}}$ である。

$S_n = 1$ となるのは 0 が $n-1$ 回、1 が 1 回出る場合だから、その確率は $\square{\text{エ}}$ である。

$S_n = 2$ となる場合をさらに 2 つに分けて考える。0 が $n-1$ 回出て $S_n = 2$ となる確率は $\square{\text{エ}}$ に等しく、0 が $n-2$ 回出て $S_n = 2$ となる確率は $\square{\text{オ}}$ である。合計して、 $S_n = 2$ となる確率は $\square{\text{カ}}$ である。

$S_n = 3$ となる場合をさらに 3 つに分けて考える。0 が $n-1$ 回出て $S_n = 3$ となる確率は $\square{\text{エ}}$ に等しく、0 が $n-2$ 回出て $S_n = 3$ となる確率は $\square{\text{キ}}$ 、0 が $n-3$ 回出て $S_n = 3$ となる確率は $\square{\text{ク}}$ である。合計して、 $S_n = 3$ となる確率は $\square{\text{ケ}}$ である。

$S_n = 0, 1, 2, 3$ の場合をまとめて、 $P_n = \square{\text{コ}}$ となる。この式は $n \geq 3$ に限らず $n = 1, 2$ でも成り立つ。

[3]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

四角形 OABC は次の 2 つの条件を満たすものとする：

- 辺 OA と辺 CB は平行で $OA = 1$, $CB = 3$ である。
- $\triangle OAC$ の面積は $\frac{3}{4}$ である。

$0 < t < 1$ を満たす定数 t に対して、線分 AC を $t : (1 - t)$ に内分する点を P、直線 OP と直線 CB の交点を Q とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\vec{a} \cdot \vec{c} = x$ とおく。

$\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{c}$, t を用いて表すと $\overrightarrow{AC} = \text{ア}$, $\overrightarrow{OP} = \text{イ}$, $\overrightarrow{OQ} = \text{ウ}$ である。また、 $|\vec{c}|^2$ は x を用いて $|\vec{c}|^2 = \text{エ}$ と表せる。 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{OP}$ は x と t を用いて $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{OP} = \text{オ}$ と表せる。

点 Q が B に一致するとき、 $t = \text{カ}$ である。また、点 Q が線分 CB を 4 : 1 に外分するとき、 $t = \text{キ}$ である。 t がこの値をとり、しかも $\overrightarrow{AC}$ と $\overrightarrow{OP}$ が直交するならば、 $x = \text{ク} > 0$ または $x = \text{ケ} < 0$ であり、さらに $\angle AOC$ が鈍角ならば、 $\cos \angle AOC = \text{コ}$ である。

〔4〕 a を実数の定数とするとき、関数 $f(x) = (x+1)e^{-ax^2}$ について次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における接線が原点を通るとき、 a の値を求めよ。
- (2) $f(x)$ が $x = 1$ で極値をとるような a の値を求めよ。また、このとき $f(x)$ の極値をすべて求めよ。
- (3) $f(x)$ が極値をもつような a の値の範囲を求めよ。
- (4) $\frac{1}{f(x)}$ が極値をもつような a の値の範囲を求めよ。

—— このページは白紙です。 ——

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——