

2015—(E)

◎ 数 学 問 題

2科目あわせて 13:00～15:00 (120分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計4カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

(1) 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) k を $k^2 \neq 1$ を満たす実数とし、 xy 平面上の直線 $y = x - 1$ を ℓ_1 、直線 $y = -x + 1$ を ℓ_2 、直線 $y = kx - 2k + 2$ を ℓ_3 とする。 ℓ_1 と ℓ_2 の交点を A、 ℓ_2 と ℓ_3 の交点を B、 ℓ_1 と ℓ_3 の交点を C とする。交点 B の x 座標を k を用いて表すと ア であり、交点 C の x 座標を k を用いて表すと イ である。 ア $< 1 <$ イ であるとき、 k の取り得る値の範囲は ウ $< k <$ エ であり、 $\triangle ABC$ の面積を k を用いて表すと オ となる。

(2) 1 個のサイコロを投げて、出た目が 3 の倍数なら 10 円もらえ、3 の倍数でなければ 10 円払うというサイコロ投げをする。最初 20 円持っている人が、所持金がなくなるまでサイコロ投げを続ける。このとき、サイコロ投げが 4 回以内に終了する確率は カ であり、サイコロ投げが 5 回で終了する確率は キ である。また、サイコロ投げを 5 回終えた時点で所持金が 10 円である確率は ク であり、30 円である確率は ケ であり、50 円である確率は コ である。

—— このページは白紙です。 ——

(2) 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

(1) 関数

$$y = -8\sin^2\theta\cos^2\theta + 4\sqrt{3}\cos^2\theta + \frac{7}{2} \quad \left(\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right) \quad \dots \quad \text{①}$$

が最大値，最小値をとるときの θ の値を求めよう． $t = \cos 2\theta$ とおくと， $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ であるから t が取り得る値の範囲は ア $\leq t \leq$ イ である． y を t の式で表すと， $y =$ ウ である．よって関数①は $\theta =$ エ において最小値をとり， $\theta =$ オ において最大値をとる．

(2) 四面体 OABC において $\triangle ABC$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$, $\triangle OAB$ の重心をそれぞれ O_1, A_1, B_1, C_1 とする．このとき， $\overrightarrow{OO_1}$ は $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ を用いて $\overrightarrow{OO_1} =$ カ と表せ， $\overrightarrow{O_1A_1}$ は $\overrightarrow{O_1A_1} =$ キ $\overrightarrow{OA}$ と表せる．ただし キ は数値である．また， $\overrightarrow{B_1C_1}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ を用いて表すと $\overrightarrow{B_1C_1} =$ ク である． $\angle AOB = \angle BOC = 60^\circ$, $\angle COA = 90^\circ$, $OA = OB = OC = 1$ であるとき， $\overrightarrow{O_1A_1}$ と $\overrightarrow{B_1C_1}$ の内積は $\overrightarrow{O_1A_1} \cdot \overrightarrow{B_1C_1} =$ ケ であり， $\overrightarrow{O_1A_1}$ と $\overrightarrow{B_1C_1}$ のなす角を θ とすると $\theta =$ コ $^\circ$ となる．

—— このページは白紙です。 ——

(3) a は実数とし, $a \geq 0$ とする. xy 平面において曲線 $y = |x(x-4)|$ を C , 直線 $y = ax$ を ℓ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 曲線 C と ℓ の共有点の個数を求めよ.
- (2) $0 < a < 4$ のとき, 曲線 C と ℓ で囲まれた 2 つの部分の面積の和 S を a を用いて表せ.
- (3) $0 < a < 4$ とし, S を (2) で求めた面積とする. S が最小となるときの a の値を求めよ.

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——