

2015—(B)

# ◎ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 00 (60分)

## 受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。  
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計4カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5 mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に扱ってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。  
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

(1) 次の文章中の  に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた  の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1)  $a$  は  $-2 < a < 1$  を満たす実数とする。関数

$$y = -x^2 - 2ax + a^2 - 2a + 1 \quad (-1 \leq x \leq 2) \cdots \textcircled{1}$$

について考える。関数  $\textcircled{1}$  は  $x = \text{ア}$  のとき最大値  $\text{イ}$  をとる。関数  $\textcircled{1}$  の最大値が 5 となるとき、 $a$  の値は  $a = \text{ウ}$  である。また、関数  $\textcircled{1}$  の最小値が負であるとき、 $a$  の取り得る値の範囲は  $\text{エ} < a < \text{オ}$  である。

(2) 1 から 8 までの番号のついた玉がそれぞれ 1 個ずつ、合計 8 個入った袋の中から、玉を 2 個同時に取り出す。取り出した 2 個の玉の番号の組み合わせは  $\text{カ}$  通りある。取り出した 2 個の玉のうち、番号が 2 の倍数である玉の個数を  $X$  とし、番号が 3 の倍数である玉の個数を  $Y$  とする。 $X = 0$  となる確率は  $\text{キ}$ 、 $X = 1$  となる確率は  $\text{ク}$  となる。また  $Y = 0$  となる確率は  $\text{ケ}$  となる。さらに、 $X = 0$  と  $Y = 0$  が同時に成り立つ確率は  $\text{コ}$  である。

——— このページは白紙です。 ———

(2) 次の文章中の  に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた  の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1)  $a$  を実数とする.  $xy$  平面上の円  $x^2 + y^2 = 3$  を  $C$ , 直線  $y = ax - 2a + 3$  を  $\ell$  とし,  $C$  が  $\ell$  と 2 個の共有点をもつとする. このとき,  $a$  の取り得る値の範囲は  ア   $< a <$   イ  である.  $C$  と  $\ell$  の 2 個の共有点の  $x$  座標を  $\alpha, \beta$  とするとき,  $\alpha + \beta$  を  $a$  を用いて表すと  ウ  である. よって,  $\alpha + \beta < 0$  であるとき,  $a$  の取り得る値の範囲は  エ   $< a <$   オ  である.

- (2) 数列  $\{a_n\}$  において, その初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が

$$S_n = -a_n + 2^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で表されている. このとき数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよう.  $S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$  であることを用いると漸化式  $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n +$   カ  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) が得られる. よって,  $b_n = a_n -$   キ   $2^n$  とおくと, 数列  $\{b_n\}$  は初項  $b_1 =$   ク , 公比  ケ  の等比数列となる. したがって, 数列  $\{a_n\}$  の一般項は  $a_n =$   コ  である. ただし,  キ ,  ク ,  ケ  は数値である.

—— このページは白紙です。 ——

**(3)**

$xy$  平面上の放物線  $y = 4 - x^2$  を  $C$  とする.  $a$  を  $0 < a < 2$  を満たす実数とし,  $C$  上の点  $P(a, 4 - a^2)$  における  $C$  の接線を  $\ell$  とする. このとき次の問いに答えよ.

- (1) 接線  $\ell$  の方程式を求めよ.
- (2) 放物線  $C$  と  $\ell$  および  $y$  軸によって囲まれる図形の面積を  $S_1$ ,  $C$  と  $\ell$  および直線  $x = 2$  によって囲まれる図形の面積を  $S_2$  とする.  $S_1, S_2$  を求めよ.
- (3) (2) で求めた  $S_1, S_2$  について,  $2S_1 + S_2$  が最小となるときの  $a$  の値とそのときの  $2S_1 + S_2$  の値を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——