

2015—(B)

○ 数 学 問 題

15：00～16：00 (60分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部（8ページ）、記述式解答用紙（あ）1枚、記述式解答用紙（い）1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出してください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出してください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙（2枚）の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2力所（計4力所）記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱ってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出してください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

(1) 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) a は $-2 < a < 1$ を満たす実数とする。関数

$$y = -x^2 - 2ax + a^2 - 2a + 1 \quad (-1 \leq x \leq 2) \cdots ①$$

について考える。関数 ① は $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき最大値 イ をとる。関数 ① の最大値が 5 となるとき、 a の値は $a = \boxed{\text{ウ}}$ である。また、関数 ① の最小値が負であるとき、 a の取り得る値の範囲は エ $< a <$ オ である。

(2) 1 から 8 までの番号のついた玉がそれぞれ 1 個ずつ、合計 8 個入った袋の中から、玉を 2 個同時に取り出す。取り出した 2 個の玉の番号の組み合わせは カ 通りある。取り出した 2 個の玉のうち、番号が 2 の倍数である玉の個数を X とし、番号が 3 の倍数である玉の個数を Y とする。 $X = 0$ となる確率は キ、 $X = 1$ となる確率は ク となる。また $Y = 0$ となる確率は ケ となる。さらに、 $X = 0$ と $Y = 0$ が同時に成り立つ確率は コ である。

—— このページは白紙です。 ——

(2) 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) a を実数とする。 xy 平面上の円 $x^2 + y^2 = 3$ を C 、直線 $y = ax - 2a + 3$ を ℓ とし、 C が ℓ と 2 個の共有点をもつとする。このとき、 a の取り得る値の範囲は $< a <$ である。 C と ℓ の 2 個の共有点の x 座標を α, β とするとき、 $\alpha + \beta$ を a を用いて表すと である。よって、 $\alpha + \beta < 0$ であるとき、 a の取り得る値の範囲は $< a <$ である。

- (2) 数列 $\{a_n\}$ において、その初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = -a_n + 2^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で表されている。このとき数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよう。 $S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$ であることを用いると漸化式 $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \boxed{\text{カ}}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が得られる。よって、 $b_n = a_n - \boxed{\text{キ}}2^n$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ は初項 $b_1 = \boxed{\text{ク}}$ 、公比 の等比数列となる。したがって、数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{コ}}$ である。ただし、, , は数値である。

—— このページは白紙です。 ——

(3)

xy 平面上の放物線 $y = 4 - x^2$ を C とする。 a を $0 < a < 2$ を満たす実数とし、 C 上の点 $P(a, 4 - a^2)$ における C の接線を ℓ とする。このとき次の問いに答えよ。

(1) 接線 ℓ の方程式を求めよ。

(2) 放物線 C と ℓ および y 軸によって囲まれる図形の面積を S_1 、 C と ℓ および直線 $x = 2$ によって囲まれる図形の面積を S_2 とする。 S_1, S_2 を求めよ。

(3) (2) で求めた S_1, S_2 について、 $2S_1 + S_2$ が最小となるときの a の値とそのときの $2S_1 + S_2$ の値を求めよ。

—— このページは白紙です。 ——

E_i

—— このページは白紙です。 ——