

2016—(D)

# ◎ 数 学 問 題

2科目あわせて 13:00～15:00 (120分)

## 受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。  
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計4カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。  
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の  に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた  の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1)  $OA = OB = OC = 4$ ,  $AB = BC = CA = 2$  である四面体  $OABC$  において辺  $OA$  の中点を  $M$  とする。このとき  $MB = MC =$   **ア** であり,  $\cos \angle BMC =$   **イ** であるから,  $\triangle MBC$  の面積は  **ウ** となる。また点  $O$  から  $\triangle ABC$  に下ろした垂線を  $OG$  とすると,  $OG$  の長さは  **エ** となるから, 四面体  $OABC$  の体積は  **オ** となる。
- (2) 大, 中, 小 3 個のサイコロを同時に投げるとき, 大のサイコロの目の数を百の位, 中のサイコロの目の数を十の位, 小のサイコロの目の数を一の位とした 3 桁の自然数を  $X$ , 中のサイコロの目の数を百の位, 小のサイコロの目の数を十の位, 大のサイコロの目の数を一の位とした 3 桁の自然数を  $Y$  とする。このとき,  $X$  の取り得る値は全部で  **カ** 個あり,  $X$  が 4 の倍数となる確率は  **キ**,  $X$  が 9 の倍数となる確率は  **ク** である。また,  $X = Y$  となる確率は  **ケ** であり,  $X > Y$  となる確率は  **コ** である。

—— このページは白紙です。 ——

[2]

次の文章中の  に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた  の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1)  $x, y$  が 3 つの不等式  $y \geq -\frac{5}{3}x + 5$ ,  $y \geq 3x - 9$ ,  $y \leq \frac{1}{5}x + 5$  を満たすとする。このとき、 $x + y$  の最小値は  ア  であり、最大値は  イ  である。また、 $x^2 + y^2$  の最小値は  ウ  であり、そのときの  $x, y$  の値は  $x =$   エ ,  $y =$   オ  である。

- (2) 数列  $\{a_n\}$  は

$$a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{3a_n + 1}{a_n + 3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定められているとする。このとき、

$$b_n = \frac{a_n - 1}{a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおくと、数列  $\{b_n\}$  は公比  カ  の等比数列となる。ただし、 カ  は数値である。したがって、数列  $\{b_n\}$  の一般項は  $b_n =$   キ  であり、数列  $\{a_n\}$  の一般項は  $a_n =$   ク  である。また、

$$\sum_{k=1}^n b_k = \text{ ケ } \text{ であり } \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k + 1} = \text{ コ } \text{ である。}$$

—— このページは白紙です。 ——

[3]

$a$  を正の実数,  $b$  を実数とし, 2 つの関数

$$f(x) = 2x^3 - 3(2a - 1)x^2 - 12ax$$

$$g(x) = \frac{2}{3(4a^2 + 4a + 1)}x + b$$

を考える. 点  $P(t, f(t))$  における曲線  $y = f(x)$  の接線を  $l$  とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 接線  $l$  の方程式を求めよ.
- (2) 接線  $l$  と直線  $y = g(x)$  が点  $P$  で直交しているとする. このとき,  $t$  を  $a$  の式で表せ. また,  $b = 0$  であるとき  $a$  の値を求めよ.
- (3)  $b = 0$  であり,  $a$  が (2) で求めた値であるとき, 曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = g(x)$  で囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ.

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——