

2018—(C(理系))

■ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計8カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 円 $C: x^2 + y^2 - y = 0$ の中心の座標は ア であり、半径は イ である。円 C と直線 $y = -x + 1$ の交点を A, B とするとき、線分 AB の中点の座標は ウ である。また、線分 AB の長さは エ である。

(2) 1個のさいころを2回続けて投げ、1回目に出た目を X 、2回目に出た目を Y とする。このとき、 $\frac{X}{Y} = 1$ となる確率は オ であり、 $\frac{X}{Y} > 1$ となる確率は カ である。また、 $\frac{X}{Y}$ が整数になる確率は キ である。

(3) $(x - 3y)^4$ を展開すると、 x^2y^2 の係数は ク である。また、 $x^4, x^3y, x^2y^2, xy^3, y^4$ の係数の和は ケ である。

$\left(\sqrt{6}x - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}x}\right)^6$ を展開すると、定数項は コ である。

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) 分母が2の累乗で分子が奇数の分数のうち、正で1より小さいものを並べて下のような数列を作る。

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \frac{15}{16}, \dots$$

分母が 2^n の項全体を第 n 群と呼ぶ。一般に、第 n 群を $\frac{1}{2^n}, \frac{3}{2^n}, \dots, \frac{2^n-1}{2^n}$ のように小さい順に並べた直後に第 $n+1$ 群を小さい順に並べる。

第4群は ア 個の項からなり、第4群に属するすべての項の和は イ である。第 n 群は ウ 個の項からなり、第 n 群に属するすべての項の和は エ である。初項 $\frac{1}{2}$ から第 n 群の最後の項までのすべての項の和を S_n とすると $S_n =$ オ である。

第 n 群の最初の項は、この数列全体の第 カ 項である。第2018項は第 キ 群に属する。

- (2) 上の数列の各項を2乗して、下のような新しい数列を作る。

$$\frac{1^2}{2^2}, \frac{1^2}{4^2}, \frac{3^2}{4^2}, \frac{1^2}{8^2}, \frac{3^2}{8^2}, \frac{5^2}{8^2}, \frac{7^2}{8^2}, \frac{1^2}{16^2}, \dots, \frac{15^2}{16^2}, \dots$$

分母が 2^{2n} の項全体をこの数列の第 n 群と呼ぶ。第 n 群に属するすべての項の和を T_n とし、初項 $\frac{1^2}{2^2}$ から第 n 群の最後の項までのすべての項の和を U_n とすると

$$T_n = \frac{1}{6} \left(\text{ク} \right),$$

$$U_n = \frac{1}{6} \left(\text{ケ} \right)$$

である。

- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{U_n} =$ コ である。

[3]

次の文章中の $\square$ に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた $\square$ の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

関数 $f(x) = (1 + \sin x) \cos x$ を考える。

(1) $f'(x) = (1 + \sin x)(1 - \square \sin x)$, $f''(x) = -\cos x(1 + \square \sin x)$ である。

$0 < x < 2\pi$ においては、 $f(x)$ は $x = \square$ のとき極小値をとり、曲線 $y = f(x)$ の変曲点は $\square$ 個ある。

(2) $\int \sin x \cos x dx = \square \cos 2x + C_1$, $\int \sin^2 x \cos^2 x dx = \frac{1}{8}x - \square \sin 4x + C_2$,
 $\int x \sin x \cos x dx = -\frac{x}{4} \cos 2x + \square \sin 2x + C_3$ である。ここで、 C_1, C_2, C_3 は積分定数である。

(3) xy 平面において、連立不等式 $0 \leq y \leq f(x), 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ で表される領域を D とする。 D の面積を S とする。また、 D を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を V , y 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を W とする。このとき、 $S = \square$, $V = \square$, $W = \square$ である。

[4]

原点 O を中心とする半径 1 の円周上に点 A, B, C がある．線分 AB を $4:5$ に内分する点を D とするとき，点 D, O, C はこの順に 1 直線上にあり， $OD = \frac{1}{3}$ を満たしている． $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおくとき，次の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{OC}$ を $\overrightarrow{OD}$ で表せ．

(2) $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ．

(3) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ．また，線分 AB の長さを求めよ．

(4) $\angle BOC$ と $\angle BAC$ を求めよ．また，三角形 ABC の面積を求めよ．

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———