

2018—(F)

◎ 数 学 問 題

2科目あわせて 13:00～15:00 (120分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計4カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HB・0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) $\triangle ABC$ において、 $AB = 3$, $AC = 8$, $\angle BAC = 60^\circ$ とする。このとき、 $BC =$ ア である。また、 $\triangle ABC$ の面積は イ であり、点 A から直線 BC に下ろした垂線を AH とすると、 $AH =$ ウ である。さらに、 $\triangle ABC$ の外接円の半径は エ であり、内接円の半径は オ である。

- (2) n は 2 以上の自然数であるとする。実数 A が

$$A = a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \cdots + a_1 n + a_0$$

($a_m, \dots, a_0$ は 0 以上 $n-1$ 以下の整数で、 $a_m \neq 0$) と表されるとき、 A は n 進法で表すと $m+1$ 桁の数であるといい、 $A = a_m a_{m-1} \cdots a_1 a_0_{(n)}$ と記す。例えば、 $38 = 1 \times 5^2 + 2 \times 5 + 3 = 123_{(5)}$ である。また、 $0 < A < 1$ である実数 A が

$$A = \frac{a_1}{n} + \frac{a_2}{n^2} + \cdots + \frac{a_{m-1}}{n^{m-1}} + \frac{a_m}{n^m}$$

($a_m, \dots, a_1$ は 0 以上 $n-1$ 以下の整数で、 $a_m \neq 0$) と表されるとき、 n 進法的小数表示では $A = 0.a_1 a_2 \cdots a_{m-1} a_m_{(n)}$ と記す。例えば、 $\frac{66}{343} = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} = 0.123_{(7)}$ である。このとき、次の問いに答えよ。

5 進法で表すと 4 桁となるような自然数のうち最大のものを 10 進法で表すと カ となる。また、10 進法で表された数 0.312 を 5 進法的小数で表すと キ となる。

7 進法で表すと 3 桁の数 $bbb_{(7)}$ となるような自然数 M について、 M を 5 で割ったときの余りが 3 であったとすると、 $b =$ ク , $M =$ ケ である。また、 N を自然数とし、分数 $\frac{N}{N+1}$ を 7 進法的小数で表すと $0.cc_{(7)}$ になったとすると、 $N =$ コ である。ただし、 ケ , コ は 10 進法で表せ。

—— このページは白紙です。 ——

〔2〕 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) a は定数で、 $0 < a < 1$ とする。関数

$$y = a^{3x} + a^{-3x} - 24(a^x + a^{-x}) + 81 \quad (x \geq 0) \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

について考える。 $t = a^x + a^{-x}$ とおく。このとき、 t の最小値は ア である。また、 y を t の式で表すと $y =$ イ である。 $t \geq$ ア の範囲で イ の値が最小になるのは $t =$ ウ のときである。よって、関数 $\textcircled{1}$ の最小値は エ であり、そのときの a^x の値は オ である。

(2) d は定数であるとする。数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = d, \quad a_{n+1} = \frac{4}{3}a_n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。このとき、数列 $\{a_n - 3\}$ は公比が カ の等比数列であることから、 $\{a_n\}$ の一般項は、 n と d を用いて、 $a_n =$ キ と表される。

また、数列 $\{b_n\}$ を

$$b_1 = 11, \quad b_{n+1} = \frac{4}{3}b_n - n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。 $c_n = b_{n+1} - b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって数列 $\{c_n\}$ を定めると、 $\{c_n\}$ の一般項は $c_n =$ ク であるから、 $\{b_n\}$ の一般項は $b_n =$ ケ である。また、不等式 $b_n < b_{n+1}$ を満たす n の最大値は コ である。なお、近似値として $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$ を用いてよい。

—— このページは白紙です。 ——

[3]

曲線 $y = x^2$ を C_1 とし、曲線 C_1 を x 軸方向に 3, y 軸方向に 3 だけ平行移動して得られる曲線を C_2 とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C_2 の方程式を求めよ。また、曲線 C_1 と曲線 C_2 の交点を $P(x_0, y_0)$ とするとき、点 P の座標を求めよ。
- (2) a は実数であるとする。点 P を通り、傾きが a の直線を ℓ とする。直線 ℓ が、曲線 C_1 と $x < x_0$ の範囲で共有点をもち、かつ曲線 C_2 と $x > x_0$ の範囲で共有点をもつとき、 a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) a は (2) で求めた範囲にあるとする。直線 ℓ と曲線 C_1 で囲まれた図形の面積を $S_1(a)$ 、直線 ℓ と曲線 C_2 で囲まれた図形の面積を $S_2(a)$ とするとき、 a を用いてそれらの和 $S(a) = S_1(a) + S_2(a)$ を表せ。
- (4) $S(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——