

2018—(A(理系))

■ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計8カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5 mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) 平面上の2つのベクトル $\vec{a} = (\sqrt{3}, 1)$ と $\vec{b} = (1, -\sqrt{3})$ に関して、内積の値は $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ア である。
 $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ とおく。実数 s, t が $s+t=3$ を満たしながら動くとき、 $|\vec{p}|^2$ を s のみの式で表すと $|\vec{p}|^2 =$ イ である。したがって、 $|\vec{p}|$ の最小値は ウ であり、そのときの s の値は エ である。
- (2) 関数 $\sin x + \sqrt{3} \cos x$ を $r \sin(x+\alpha)$ ($r > 0, 0 \leq \alpha < 2\pi$) の形に変形すると、 $r =$ オ , $\alpha =$ カ となる。方程式 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$ の $0 < x < \frac{\pi}{2}$ の範囲にある解は $x =$ キ である。
- (3) $\frac{3x^2 - 3x + 19}{x^3 + ax^2 - 3x - 18} = \frac{1}{x-2} + \frac{bx-5}{(x+c)^2}$ が x についての恒等式となるように定数 a, b, c を定めると、 $a =$ ク , $b =$ ケ , $c =$ コ である。

[2]

次の文章中の に適する式または数値を，解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

円 $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$ の中心の座標は ア ，半径は イ である．点 $A(-5, 0)$ から円 C に2本の接線を引き，2つの接点を y 座標が小さい方から順に P, Q とする．このとき，直線 AP の傾きは ウ ，直線 AQ の傾きは エ である．また，点 P, Q の座標は，それぞれ オ ， カ である． $\angle PAQ$ の大きさは キ であり，三角形 PAQ の面積は ク である．点 P, Q を通り，半径が $5\sqrt{5}$ である2つの円の中心の座標は， y 座標が小さい方から順に ケ と コ である．

[3]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

n を 3 以上の整数とする。1 から n までの整数を 1 つずつ書いた n 枚のカードが箱に入っている。この箱から 3 枚のカードを同時に取り出し、取り出したカードに書いてある整数を小さい順に a, b, c とする。

- (1) $n = 9$ のとき、 a, b, c すべて偶数となる取り出し方は ア 通り、 a, b, c のうち 2 つが奇数で 1 つが偶数となる取り出し方は イ 通りある。よって、 $a + b + c$ が偶数となる確率は ウ である。
- (2) $n = 10$ のとき、 $a = 1$ となる確率は エ であり、 $a + b = 3$ となる確率は オ である。
- (3) $a + b + c = 8$ となる確率は、 $n = 3$ のとき カ , $n = 4$ のとき キ , $n \geq 5$ のとき ク である。
- (4) $a + b + c \geq 13$ となる確率は、 $n = 6$ のとき ケ , $n = 7$ のとき コ である。

[4]

xy 平面上の曲線 $C: y = e^{-x}$ を考える. ただし, e は自然対数の底とする.

数列 $\{a_n\}$ を次のように定める. $a_1 = 0$ とする. 曲線 C 上の点 $A_n(a_n, e^{-a_n})$ における曲線 C の接線 ℓ_n と x 軸との交点の x 座標を a_{n+1} とする.

曲線 C と直線 ℓ_n および $x = a_{n+1}$ で囲まれる部分を D_n とする. また, D_n の面積を S_n とし, D_n を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を V_n とする.

このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $A_1(0, 1)$ における曲線 C の接線 ℓ_1 の方程式を求めよ. また, a_2 の値を求めよ.

(2) S_1 の値を求めよ.

(3) a_{n+1} を a_n の式で表し, 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ. また, 直線 ℓ_n の方程式を求めよ.

(4) 数列 $\{S_n\}$ の一般項および $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ の値を求めよ.

(5) 数列 $\{V_n\}$ の一般項を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——