

[1]

(1)	ア	2
	イ	$\frac{\pi}{6}$
	ウ	-64
	エ	$\frac{63}{8}i$
(2)	オ	-16
	カ	9
	キ	-12
(3)	ク	3
	ケ	$\frac{1}{x}$
	コ	$\frac{1}{2}$

[2]

ア	$x\overrightarrow{b}$
イ	$\frac{2-x^2}{2}$
ウ	2
エ	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
オ	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$
カ	$2+\sqrt{5}$
キ	$25+10\sqrt{5}$
ク	$1-\sqrt{5}$
ケ	$10+2\sqrt{5}$
コ	$25+10\sqrt{5}$

〔 3 〕

(1)	ア	$\frac{1}{2}$
	イ	$\frac{1}{6}$
(2)	ウ	1
	エ	2
(3)	オ	3
	カ	1
	キ	2
	ク	9
(4)	ケ	$(n-1)(Y_{n-1} + Y_{n-2})$
(5)	コ	$\frac{53}{144}$

[4]

(1)

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \frac{\frac{1}{x} \cdot x - (\log x) \cdot 1}{x^2} \\
 &= \frac{1 - \log x}{x^2} \\
 f''(x) &= \frac{-\frac{1}{x} \cdot x^2 - (1 - \log x) \cdot 2x}{(x^2)^2} \\
 &= \frac{2x \left(\log x - \frac{3}{2} \right)}{x^4}
 \end{aligned}$$

であるから、 $f(x)$ の増減は次のようになる。

x	0	...	e	...	$e^{\frac{3}{2}}$	...
$f'(x)$		+	0	-		-
$f''(x)$		-		-	0	+
$f(x)$		↗	e^{-1}	↘	$\frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}}$	↗

したがって、 $f(x)$ の極値は、

$$\begin{cases} \text{極大値} & e^{-1} \\ \text{極小値} & \text{なし} \end{cases} \quad \dots\dots(\text{答})$$

また、変曲点の座標は、

$$\left(e^{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}} \right) \quad \dots\dots(\text{答})$$

(2) 点 $(t, f(t))$ における $y=f(x)$ の接線の方程式は、

$$\begin{aligned}
 y &= f'(t)(x-t) + f(t) \\
 &= \frac{1 - \log t}{t^2}(x-t) + \frac{\log t}{t} \\
 &= \frac{1 - \log t}{t^2}x + \frac{2 \log t - 1}{t}
 \end{aligned}$$

これが原点を通るとき、

$$\begin{aligned}
 \frac{2 \log t - 1}{t} &= 0 \\
 t &= e^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

であるから、求める接線の方程式は、

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1 - \frac{1}{2}}{e}x \\
 y &= \frac{1}{2}e^{-1}x \quad \dots\dots(\text{答})
 \end{aligned}$$

(3) 以下、 C は積分定数とする。 $\log x = t$ とおくと、

$$\frac{1}{x}dx = dt$$

であるから、

$$\begin{aligned}
 \int f(x)dx &= \int \frac{\log x}{x}dx \\
 &= \int t dt \\
 &= \frac{1}{2}t^2 + C \\
 &= \frac{1}{2}(\log x)^2 + C \quad \dots\dots(\text{答})
 \end{aligned}$$

別解

$\int f(x)dx = I$ とおくと、

$$\begin{aligned}
 I &= \int (\log x)' \log x dx \\
 &= (\log x)^2 - \int \frac{1}{x} \log x dx \\
 &= (\log x)^2 - I
 \end{aligned}$$

であるから、

$$I = \frac{1}{2}(\log x)^2 + C$$

次に、

$$\begin{aligned}
 \int \frac{\log x}{x^2}dx &= -\int \left(\frac{1}{x} \right)' \log x dx \\
 &= -\frac{\log x}{x} + \int \frac{1}{x^2}dx \\
 &= -\frac{\log x}{x} - \frac{1}{x} + C \\
 &= -\frac{\log x + 1}{x} + C \quad \dots\dots(\text{答})
 \end{aligned}$$

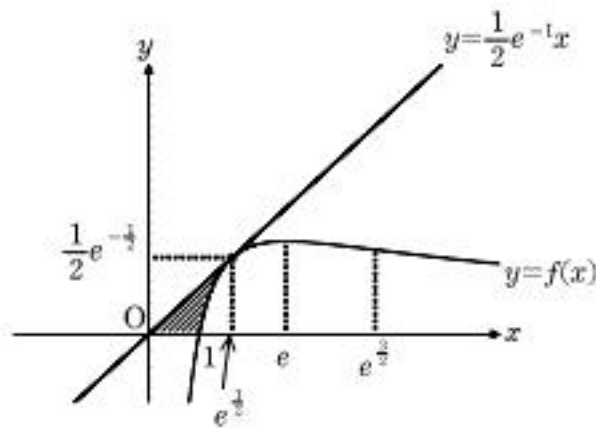
また、

$$\begin{aligned}
 \int \frac{(\log x)^2}{x^2}dx &= -\int \left(\frac{1}{x} \right)' (\log x)^2 dx \\
 &= -\frac{(\log x)^2}{x} + \int \frac{1}{x} \cdot 2 \log x \cdot \frac{1}{x} dx \\
 &= -\frac{(\log x)^2}{x} + 2 \int \frac{\log x}{x^2} dx \\
 &= -\frac{(\log x)^2}{x} + 2 \left(-\frac{\log x + 1}{x} \right) + C \\
 &= -\frac{(\log x)^2 + 2 \log x + 2}{x} + C \quad \dots\dots(\text{答})
 \end{aligned}$$

(4) (1), (2)より、 T は図の斜線部。

よって、

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}} - \int_1^{e^{\frac{1}{2}}} f(x) dx \\
 &= \frac{1}{4} - \left[\frac{1}{2} (\log x)^2 \right]_1^{e^{\frac{1}{2}}} \\
 &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - 0 \right) \\
 &= \frac{1}{8} \quad \dots\dots(\text{答})
 \end{aligned}$$



また、

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}} \right)^2 \cdot \pi \cdot e^{\frac{1}{2}} - \int_1^{e^{\frac{1}{2}}} (f(x))^2 \pi dx \\
 &= \frac{1}{12} e^{-\frac{1}{2}} \pi - \pi \int_1^{e^{\frac{1}{2}}} \frac{(\log x)^2}{x^2} dx \\
 &= \frac{1}{12} e^{-\frac{1}{2}} \pi - \pi \left[-\frac{(\log x)^2 + 2 \log x + 2}{x} \right]_1^{e^{\frac{1}{2}}} \\
 &= \frac{1}{12} e^{-\frac{1}{2}} \pi + \pi \left(\frac{13}{4} e^{-\frac{1}{2}} - 2 \right) \\
 &= 2\pi \left(\frac{5}{3} e^{-\frac{1}{2}} - 1 \right) \quad \dots\dots(\text{答})
 \end{aligned}$$