

2019—(C(理系))

■ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計8カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5 mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) ベクトル $\vec{a} = (3, 2)$, $\vec{b} = (2, 1)$, $\vec{c} = (2, -1)$ について, $s =$ ア のとき $\vec{a} + s\vec{b}$ は $\vec{c}$ と垂直になる. このとき, $\vec{a} + s\vec{b}$ の大きさは イ であり, $\vec{a} + s\vec{b} - \vec{c}$ の大きさは ウ である.

また, $t =$ エ のとき $\vec{a} + t\vec{b}$ は $\vec{c}$ と平行になる.

- (2) $P(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + ax + b$ が $x + 1$ で割り切れるとき, b を a で表すと $b =$ オ である. さらに, $P(x)$ が $x^2 - 1$ で割り切れるとき, $a =$ カ であり, 4次方程式 $P(x) = 0$ の解のうちで最も小さいものは $x =$ キ である.

- (3) $2^{x+2} + 2^{-x+1} - 9 = 0$ は正の解 $x =$ ク と負の解 $x =$ ケ をもつ.

また, $2^{x+2} + 2^{-x+1} - a = 0$ が解をもつような a の範囲は $a \geq$ コ である.

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

1枚の硬貨を n 回投げるとき、表が m 回以上出て、そのうちちょうど m 回が連続する確率を P_m とする。ただし、 m は $\frac{n}{2}$ 以上の自然数である。

$n=10, m=5$ の例: 表を○, 裏を×で表すとき, ○○×○○○○○×○ と出たら, 表は8回出てそのうちちょうど5回が連続している。

(1) $n=4$ のとき, $P_4 =$ ア , $P_3 =$ イ である。

次に, P_2 を求めるためには, 表がちょうど2回連続するのが第1回と第2回の場合, 第2回と第3回の場合, 第3回と第4回の場合に分けて考えればよく, 結局 $P_2 =$ ウ が分かる。

(2) $n=5$ のとき, $P_4 =$ エ , $P_3 =$ オ である。

(3) $n \geq 6$ のとき, $P_{n-1} =$ カ , $P_{n-2} =$ キ , $P_{n-3} =$ ク である。また, $n-3$ 回以上連続して表が出る確率は ケ である。

(4) $1 \leq k \leq \frac{n}{2}$ のとき, $P_{n-k} =$ コ である。

[3]

次の文章中の に適する式または数値を，解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

$0 \leq x \leq 1$ における2つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ を

$$f(x) = \sqrt{1-x^2}, \quad g(x) = 2x\sqrt{1-x^2}$$

とし，また2つの曲線 C_1 と C_2 を， $C_1: y = f(x)$ ， $C_2: y = g(x)$ とする．

- (1) $0 < x < 1$ の範囲において，方程式 $f(x) = g(x)$ は，1つの解 $x =$ ア をもつ．
- (2) 関数 $f(x)$ を微分すると， $f'(x) =$ イ であり，関数 $g(x)$ を微分すると， $g'(x) =$ ウ である．また，関数 $g(x)$ は， $x =$ エ のとき，最大値 オ をとる．
- (3) 曲線 C_1 と直線 $x =$ ア および x 軸で囲まれた部分を D_1 とするとき， D_1 の面積は カ である． D_1 を y 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は キ である．
- (4) 曲線 C_2 と x 軸で囲まれた部分を D_2 とするとき， D_2 の面積は ク である． $y = g(x)$ のとき， x^2 を y の式で表すと $x^2 = \frac{1 \pm$ ケ $}{2}$ である． D_2 を y 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は コ である．

[4]

直線 $l: y = mx + 1$ (m は実数の定数) と円 $C: x^2 + y^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2$ について次の問いに答えよ.

- (1) 円 C と直線 l が共有点をもつとき, 定数 m の値の範囲を求めよ.
- (2) 円 C と直線 l が相異なる2点で交わり, 交点間の距離が $\frac{2}{5}$ であるとき, 定数 m の値を求めよ.
- (3) 点 A が円 C 上を動くとき, 定点 $B(2, 0)$ と点 A を結ぶ線分 AB の中点 P の軌跡を求めよ.
- (4) 直線 l に関して原点 $O(0, 0)$ と対称な点 Q の座標を m を用いて表せ. また, m が実数全体を動くとき, 点 Q の軌跡を求めよ.

—— このページは白紙です。 ——

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———