

2019—(D)

◎ 数 学 問 題

2科目あわせて 13:00～15:00 (120分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計4カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) $\triangle ABC$ において $AB = 4$, $BC = 4\sqrt{5}$, $\angle BAC = 135^\circ$ とする。このとき、辺 AC の長さは ア であり、 $\triangle ABC$ の面積は イ である。また、 $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC との交点を D とすると、 $\triangle ABD$ の面積は ウ である。

- (2) 1, 2, 3 の数字が書かれた玉がそれぞれ 1 個ずつ、合計 3 個入っている袋がある。次のようなゲームを考える。この袋から玉を 1 個取り出して数字を確かめてから元に戻す事を 3 回繰り返す。1 回目、2 回目、3 回目に取り出した玉の数字をそれぞれ a, b, c とする。このとき得点 X を

$$a \leq b \leq c \text{ のときは } X = a + b + c, \text{ それ以外のときは } X = 0$$

により定める。

- (i) このゲームを 1 回行うとき $X = 5$ である確率は エ , $X = 0$ である確率は オ である。また、 $X \geq 5$ であるとき $b = 3$ である条件付き確率は カ である。
- (ii) このゲームを 2 回繰り返すとき、得点の合計が 7 である確率は キ である。

——— このページは白紙です。 ———

[2]

次の文章中の $\square$ に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた $\square$ の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) $(x^2 - 4xy - 3y^2)^4$ の展開式における x^3y^5 の係数を求めたい。

(i) 二項定理より

$$\begin{aligned} (x^2 - 4xy - 3y^2)^4 &= (x^2 - 4xy)^4 + 4(x^2 - 4xy)^3(-3y^2) \\ &\quad + \square (x^2 - 4xy)^2(-3y^2)^2 + 4(x^2 - 4xy)(-3y^2)^3 + (-3y^2)^4 \end{aligned} \quad \dots\dots ①$$

である。ただし $\square$ は数値である。

(ii) ①の右辺の第2項 $4(x^2 - 4xy)^3(-3y^2)$ の展開式における x^3y^5 の係数は $\square$ イ である。

(iii) $(x^2 - 4xy - 3y^2)^4$ の展開式における x^3y^5 の係数は $\square$ ウ である。

(2) a を正の実数とする。数列 $\{a_n\}$ は初項 a_1 が a である等差数列で、ある2以上の整数 N に対して $a_N = 0$ を満たすとする。

(i) $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = a \cdot \square \text{ エ}$$

である。ただし $\square$ エ は N と n の式である。また、公比が実数 r で初項 b_1 が a である等比数列 $\{b_n\}$ が

$$b_4 = a_{28N-27}$$

を満たすとき、 $r = \square$ オ である。ただし $\square$ オ は数値である。

(ii) (i) において $\square$ オ $+ a = 0$ であるとする。このとき $\sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k}$ および $\sum_{k=1}^n \frac{k}{b_k}$ を n の式で表すと

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k} = \square \text{ カ}, \quad \sum_{k=1}^n \frac{k}{b_k} = \square \text{ キ}$$

である。

—— このページは白紙です。 ——

[3]

次の問いに答えよ.

- (1) xy 平面において連立不等式

$$\begin{cases} 2y + x^2 + 2x - 3 \leq 0 \\ -2y + x^2 + 2x + 1 \leq 0 \end{cases}$$

が表す領域を D_1 とする. このとき, D_1 を図示し, その面積を求めよ.

- (2) xy 平面において, 次の条件を満たす点 (x, y) 全体から成る領域を D_2 とする.

条件: 「すべての実数 a に対して不等式

$$2ay + x^2 + 2x - a^2 - 2a \leq 0$$

が成り立つ。」

このとき, D_2 を図示し, その面積を求めよ.

- (3) 点 (x, y) が (2) で求めた領域 D_2 を動くとき $y - 2x$ の最大値を求めよ.

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——