

2019—(E)

◎ 数 学 問 題

2科目あわせて 13:00～15:00 (120分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計4カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHBで0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) a を正の実数とする。2 次関数

$$y = -x^2 + (a+1)x - a^2$$

の $-1 \leq x \leq 1$ における最大値は

$$0 < a \leq \text{ア} \text{ のとき } \text{イ}, \quad a > \text{ア} \text{ のとき } \text{ウ}$$

である。この最大値を a の関数と考えたとき、これが最大になるのは $a = \text{エ}$ のときである。

(2) 1, 2, 3 の数字が書かれた玉がそれぞれ 1 個ずつ、合計 3 個袋 A に入っている。同様に 1, 2, 3 の数字が書かれた玉がそれぞれ 1 個ずつ、合計 3 個袋 B に入っている。この 2 つの袋から同時に玉を 1 個ずつ取り出し、それぞれの数字を確認して元に戻すゲームを考える。取り出した 2 個の玉の数字が同じであれば「大当たり」、2 個の数字の大きいものから小さいものを引いた値が 1 であれば「当たり」とし、それ以外の場合を「はずれ」とする。このゲームを 3 回繰り返す。

(i) 大当たりが少なくとも 1 回出る確率は オ である。

(ii) 大当たりが 1 回、当たりが 1 回、はずれが 1 回出る確率は カ である。

(iii) 当たりと大当たりの両方がそれぞれ少なくとも 1 回出る確率は キ である。

—— このページは白紙です。 ——

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 関数

$$y = \left(\log_3 \frac{x}{3}\right)^2 + \log_3 x^3 - \frac{1}{2\log_{\sqrt{3}} x} - \frac{5}{4} \quad (x > 0, x \neq 1)$$

を考える。 $t = \log_3 x$ とおいて y を t の式で表すと $y = \text{ア}$ となる。よって $y = 0$ を満たす x の値は $x = \text{イ}$, ウ , エ である。ただし $\text{イ} < \text{ウ} < \text{エ}$ とする。

(2) 平面上の3つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ は $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 1$, $|\vec{a} - 2\vec{b}| = 3$ を満たす。また $\vec{b}$ と $\vec{c}$ は垂直であり、 $\vec{a}$ と $\vec{c}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}$ は $\vec{a} \cdot \vec{c} > 0$ であるとする。このとき、

(i) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \text{オ}$ である。また $\vec{c} = \text{カ} \vec{a} + \text{キ} \vec{b}$ である。

(ii) s, t を実数とする。ベクトル $\vec{x} = s\vec{a} + t\vec{b}$ が

$$0 \leq \vec{x} \cdot \vec{b} \leq 3, \quad 0 \leq \vec{x} \cdot \vec{c} \leq 10$$

を満たしながら動くとき $\vec{x} \cdot \vec{a}$ は $s = \text{ク}$, $t = \text{ケ}$ において最大値 コ をとる。

オ から コ はすべて数値である。

—— このページは白紙です。 ——

[3]

0 以上の実数 a に対して,

$$f(a) = \int_0^1 |x^3 - a^3| dx$$

とする. 次の問いに答えよ.

- (1) $f(a)$ を求めよ.
- (2) 関数 $f(a)$ の $a \geq 0$ における増減表を書き, 関数 $f(a)$ が最大値・最小値をもつかどうか調べよ. また, 最大値・最小値をもつならば, その値と, そのときの a の値を求めよ.

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——