

2019—(F)

◎ 数 学 問 題

2科目あわせて 13:00～15:00 (120分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計4カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHBで0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + x - 56 < 0 \\ x^2 - 8x - 9 > 0 \end{cases}$$

の解は

$$\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}} \quad \dots\dots \text{①}$$

である。不等式 ① を満たす x に対して不等式 $x^2 - ax - 6a^2 > 0$ が成り立つような定数 a のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ウ}} \leq a \leq \boxed{\text{エ}}$ である。

(2) 10 人の生徒に対して数学の小テストを実施した。採点をおこなったところ、点数の平均値は 8、分散は 5.2 であった。このとき、この 10 人の点数を $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ とすると

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i)^2 = \boxed{\text{オ}}$$

である。その後、この 10 人の点数のうち 2 人の点数が次のように修正された。

生徒	修正前	修正後
A	5	10
B	4	9

2 人の点数を修正した結果、この 10 人の点数の平均値は $\boxed{\text{カ}}$ 、分散は $\boxed{\text{キ}}$ となる。

—— このページは白紙です。 ——

〔2〕 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 実数 t, x が

$$\log_2(5-x) + \log_{\frac{1}{4}}(x-1) = \log_4 t$$

を満たしているとする。このとき、 t を x の分数式で表すと、 $t = \text{ア}$ となる。さらに t が

$$9^t - 28 \cdot 3^{t-1} + 3 = 0$$

を満たしているとき、 t と x の値を求めると、 $t = \text{イ}$ 、 $x = \text{ウ}$ である。

(2) O を原点とする座標空間内の 3 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, -2, 0)$, $C(1, 1, 3)$ が定める平面を α とする。

(i) 線分 BC を $s : (1-s)$ に内分する点を D とする。ベクトル $\overrightarrow{AD}$ を s を用いて成分で表すと $\overrightarrow{AD} = \text{エ}$ である。次に H を直線 AD 上の点とし、 $\overrightarrow{AH} = t \overrightarrow{AD}$ とおく。ベクトル $\overrightarrow{OH}$ を s および t を用いて成分で表すと $\overrightarrow{OH} = \text{オ}$ である。

(ii) (i) で定めた点 H に対して直線 OH が平面 α の垂線となるとき $s = \text{カ}$ 、 $t = \text{キ}$ である。

—— このページは白紙です。 ——

[3]

a を実数とし、 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3(a-1)x + 1$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f'(x)$ を $f(x)$ の導関数とする。 x についての方程式 $f'(x) = 0$ は 2 個の異なる実数解をもつことを示せ。
- (2) 方程式 $f'(x) = 0$ の 2 つの解を p, q とする。ただし $p < q$ とする。このとき、 $p+q, pq, q-p$ をそれぞれ a を用いて表せ。
- (3) (2) で定めた p, q に対して $f(p) - f(q)$ を a の式で表せ。
- (4) (3) で求めた a の式を $g(a)$ とする。 $g(a)$ が最小となるときの a の値とそのときの $g(a)$ の値を求めよ。

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——