

2019—(A(理系))

■ 数 学 問 題

15:00～16:30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計8カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取扱いってください。
7. **解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。**
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 複素数 $z = \sqrt{3} + i$ の絶対値は ア であり、 z の偏角 θ は、 $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で考えると $\theta =$ イ である。また、 $z^6 =$ ウ , $z^3 + \frac{1}{z^3} =$ エ である。

(2) $\frac{-7x^2 + 11x - 16}{x(x-1)^2} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$ が x についての恒等式となるように定数 a, b, c を定めると、 $a =$ オ , $b =$ カ , $c =$ キ である。

(3) $|x| < 1$ のとき $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n + 3}{x^{n+1} + 1} =$ ク であり、 $|x| > 1$ のとき $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n + 3}{x^{n+1} + 1} =$ ケ である。
また、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$ の値は コ である。

[2]

次の文章中の $\square$ に適する式または数値を，解答用紙の同じ記号のついた $\square$ の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

1 辺の長さが 1 の正五角形 ABCDE において， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{b}$ とし，対角線の長さを x とする．各対角線は 5 つの辺のうちどれかと平行である．

BD = x より $\overrightarrow{AD}$ を $\vec{a}, \vec{b}, x$ で表すと $\overrightarrow{AD} = \vec{a} + \square$ であり，BE = x より内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を x で表すと $\vec{a} \cdot \vec{b} = \square$ である．以上のことと $AD = x$ を合わせて用いると， x は 3 次方程式

$$x^3 - \square x - 1 = 0$$

を満たすことが分かる．ゆえに $x = \square$ である．また， $x^2 = \square$ ， $x^3 = \square$ ， $(x+2)^3 = \square$ である．

$\cos \frac{3\pi}{5} = \frac{\square}{4}$ ， $\sin \frac{3\pi}{5} = \frac{\sqrt{\square}}{4}$ であり，正五角形 ABCDE の面積は $\frac{\sqrt{\square}}{4}$ である．

[3]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

1つの箱の中に、1から n までの数が1つずつ書かれた n 個の球が入っている。この箱から、球を1個ずつ無作為に n 個すべて取り出す。 $1 \leq i \leq n$ のとき i 個目に取り出した球に書かれた数を N_i とする。すべての i に対して $N_i \neq i$ であるような球の取り出し方の総数を Y_n とする。

(1) $n=2$ のとき、 $N_1=1, N_2=2$ となる確率は ア であり、 $n=3$ のとき、 $N_1=1, N_2=2, N_3=3$ となる確率は イ である。

(2) $Y_2 =$ ウ , $Y_3 =$ エ である。

(3) $n=4$ とする。 $N_4 \neq 4$ である N_4 は オ 通りある。

$N_k \neq k (k=1, 2), N_3=4, N_4=3$ となる取り出し方は(2)より カ 通りあり、

$N_k \neq k (k=1, 2), N_3 \neq 4, N_4=3$ となる取り出し方の個数は、 $N_k \neq k (k=1, 2), N_3=3, N_4 \neq 4$ となる取り出し方の個数と同じであり、(2)と同様に キ 通りある。

$N_4=3$ 以外の場合も同様に考えることができるので、 $Y_4 =$ ク である。

(4) $n \geq 3$ のとき、 Y_n を Y_{n-1} と Y_{n-2} で表すと $Y_n =$ ケ である。

(5) $n=7$ のとき、ちょうど1つの i に対して $N_i=i$ となる確率は コ である。

[4]

関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ ($x > 0$) について次の問いに答えよ.

- (1) $f(x)$ の極値を求めよ. また, 曲線 $y = f(x)$ の変曲点の座標を求めよ.
- (2) 原点から曲線 $y = f(x)$ に引いた接線の方程式を求めよ.
- (3) 不定積分 $\int f(x) dx$, $\int \frac{\log x}{x^2} dx$, $\int \frac{(\log x)^2}{x^2} dx$ を求めよ.
- (4) 上の(2)で求めた接線, 曲線 $y = f(x)$ および x 軸で囲まれた部分を T とするとき, T の面積 S を求めよ. また, T を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 V を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———