

2019—(G(理系))

■ 数 学 問 題

13:00～14:30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計8カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5 mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) a を実数の定数とする。2次方程式

$$x^2 - 2ax + 3a - 2 = 0 \dots\dots (*)$$

を考える。

方程式(*)が異なる2つの実数解をもつような定数 a の値の範囲は ア である。

方程式(*)が正の解と負の解をもつような定数 a の値の範囲は イ である。

方程式(*)が異なる2つの正の解をもつような定数 a の値の範囲は ウ である。

- (2) 当たりくじ5本を含む20本のくじの中から、引いたくじはもとに戻さないで、1本ずつ2回続けてくじを引く。

1本目が当たる確率は エ である。

2本目が当たる確率は オ である。

2本とも当たる確率は カ である。

1本だけ当たる確率は キ である。

- (3) 連立不等式

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x + 2y \leq 10, \quad 2x + y \leq 14 \dots\dots (**)$$

を考える。

x, y が(**)を満たすとき、 $x + 3y$ がとりうる値の範囲は ク $\leq x + 3y \leq$ ケ である。

x, y が(**)を満たすとき、 $2x + 3y$ の最大値は コ である。

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

数列 $\{a_n\}$ は

$$a_{n+1}a_n = -\frac{8}{3} \sum_{k=1}^n a_k^2 \quad (n=1, 2, 3, \dots),$$

$$a_1 = -2$$

を満たすとする。このとき $a_2 = \text{ア}$, $a_3 = \text{イ}$ である。 a_1 から a_{2019} までのうちで正の値をとる項は 項ある。

上の漸化式と、 n を $n+1$ で置き換えてできる式とを比較すると、 a_{n+2} を a_{n+1} と a_n の1次式で表すことができる。すなわち、定数 p, q を $p = \text{エ}$, $q = \text{オ}$ とすると

$$a_{n+2} = pa_{n+1} + qa_n$$

である。 x の2次方程式 $x^2 = px + q$ の整数解を α , 整数でない解を β とすると $\alpha = \text{カ}$, $\beta = \text{キ}$ である。

$b_n = a_{n+1} - \alpha a_n$, $c_n = a_{n+1} - \beta a_n$ とおくと、数列 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ の一般項はそれぞれ

$$b_n = \text{ク}, \quad c_n = \text{ケ}$$

であり、 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \text{コ}$$

である。

[3]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

関数 $f(x) = \cos 3x + \cos x$ ($0 \leq x \leq \pi$) を考える。

- (1) $f(0) =$ ア である。 $t = \cos x$ とおく。 $\cos 2x$ を t の式で表すと イ であり、 $\cos 3x$ を t の式で表すと ウ である。 また、 $f(x) = 0$ を満たす x の最小の値を α とすると、 $\cos \alpha =$ エ , $\alpha =$ オ である。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k$ が相異なる3つの共有点をもつような定数 k の範囲は $-\text{ カ } < k < \text{ カ }$ である。
- (3) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) \tan x \, dx$ の値は キ である。
- (4) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点のうち、 x 座標が2番目に大きな点の座標は ク である。 この変曲点における曲線 $y = f(x)$ の接線の方程式は $y =$ ケ である。 曲線 $y = f(x)$, 接線 $y =$ ケ および直線 $x = \frac{\pi}{4}$ で囲まれた部分の面積は コ である。

[4]

O を原点とする座標空間内の3点 $A(1, 1, 1)$, $B(-1, 1, 2)$, $C(0, 0, 1)$ を考える. 2つの実数 s と t に対して

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$$

を満たす点を P とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\overrightarrow{OA}$ の大きさ $|\overrightarrow{OA}|$ および内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ の値を求めよ. また, 三角形 OAB の面積 S を求めよ.
- (2) 平面 OAB 上に点 $(-1, -3, z)$ があるとき, z の値を求めよ.
- (3) $|\overrightarrow{CP}|^2$ の値を, s と t を用いて表せ. また, t を固定して考えたとき, $|\overrightarrow{CP}|^2$ の値を最小にする s を t を用いて表せ.
- (4) $|\overrightarrow{CP}|^2$ を最小にする s と t の値, および $|\overrightarrow{CP}|^2$ の最小値を求めよ.
- (5) 四面体 $OABC$ の体積 V を求めよ.

—— このページは白紙です。 ——

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——