

2020—(F)

◎ 数 学 問 題

2科目あわせて 13:00～15:00 (120分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計4カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHBで0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) 方程式 $12x + 5y = 1$ の整数解 x, y の中で、 $|y|$ が最小となる組 (x, y) は $(x, y) =$ ア である。方程式 $12x + 5y = 8$ の整数解 x, y の中で、 $|y + 76|$ が最小となる組 (x, y) は $(x, y) =$ イ であり、 $x \leq 50$ かつ $y \leq 50$ を満たす組 (x, y) の個数は ウ 個である。また、同じく方程式 $12x + 5y = 8$ の整数解 x, y の中で、 $\left(\frac{x+1}{5}\right)^2 + \left(\frac{y}{4} - 10\right)^2$ が最小となる組 (x, y) は $(x, y) =$ エ である。
- (2) 3 個のサイコロを同時に投げ、出た目の和を X 、出た目の積を Y とする。このとき、 $X = 8$ である確率は オ であり、 $X = 8$ であったとき、 $Y \leq 10$ である条件付き確率は カ である。また、 $XY = 48$ である確率は キ である。

—— このページは白紙です。 ——

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 関数

$$y = 3^{3x-1} + 3^{-3x-1} - 2 \cdot 3^{2x} - 2 \cdot 3^{-2x} + 3^x + 3^{-x}$$

を考える。 $t = 3^x + 3^{-x}$ において y を t の式で表すと、 $y =$ ア である。 y の最小値は イ であり、 $y =$ イ となる x の値のうち正のものを a とするとき、 $3^a =$ ウ である。

(2) 平面上の $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。点 C は $\triangle OAB$ の内部の点で、 $\overrightarrow{OC}$ が $\overrightarrow{OC} = r\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ と表されるものとする。直線 BC と辺 OA の交点 P に対して、 $\overrightarrow{OP} = p\vec{a}$ とおく。このとき、 p を r の式で表すと、 $p =$ エ である。

さらに $\triangle OAB$ において、 $OA = 6$, $OB = 3$ であり、 $\angle AOB$ は鈍角で、面積は $4\sqrt{5}$ であるとする。このとき、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値は $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ オ であり、

(i) 直線 OC と辺 AB が直交しているならば、 r の値は $r =$ カ である。

(ii) 直線 BC が $\angle OBA$ を二等分しているならば、 r の値は $r =$ キ である。

—— このページは白紙です。 ——

[3] a を正の定数とし, $f(x) = 2|(x+1)(x-a)|$, $g(x) = x(x+1)$ とおく. xy 平面上の曲線 $C_1: y = f(x)$ と曲線 $C_2: y = g(x)$ について, 次の問いに答えよ.

(1) 曲線 C_1 と曲線 C_2 の共有点の x 座標をすべて求めよ.

(2) 曲線 C_1 と曲線 C_2 で囲まれる 2 つの部分のうち, 点 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ を含む部分の面積を S_1 とし, もう 1 つの部分の面積を S_2 とする. $S_1 - S_2$ を求めよ.

(3) (2) で求めた $S_1 - S_2$ が最大となる a の値と, そのときの $S_1 - S_2$ の値を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——