

2021—(C)

◎ 数 学 問 題

2科目あわせて 13:00～15:00 (120分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計4カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) p を実数とし、 x の関数

$$y = -px^2 + 2px - 2p^2 - p + 9 \quad (0 \leq x \leq 1)$$

の最大値を M とする。 $p = -1$ のとき、 M の値は $M =$ ア である。 $p < 0$ のとき、 M を p を用いて表すと $M =$ イ であり、 $p \geq 0$ のとき、 M を p を用いて表すと $M =$ ウ である。よって M を p の関数と考えたとき、 M の取りうる値の範囲は $M \leq$ エ である。

(2) 2つのサイコロを同時に投げ、出た目の和が7になれば勝ちとなるゲームをおこなう。このゲームを5回おこなうとき2回勝つ確率は オ である。このゲームを20回おこなって k 回勝つ確率を p_k とする。 $1 \leq k \leq 20$ とするとき $\frac{p_k}{p_{k-1}}$ を k の式で表すと、 $\frac{p_k}{p_{k-1}} =$ カ である。したがって p_k の値が最大となるのは $k =$ キ のときである。

——— このページは白紙です。 ———

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) a, b を実数とする. x の整式 $x^4 + ax + a + b$ を $x^2 + x + 2$ で割ると余りが $2x + 1$ である. このとき,

$a = \text{ア}$, $b = \text{イ}$ であり, $P(x) = (x^4 + ax + a + b)^3$ を $x^2 + x + 2$ で割ると余りは ウ である.

また, $P\left(\frac{-1 + \sqrt{7}i}{2}\right)$ の値は $P\left(\frac{-1 + \sqrt{7}i}{2}\right) = \text{エ}$ である. ただし i は虚数単位である.

(2) 座標空間に 3 点 $O(0, 0, 0)$, $A(0, 1, 1)$, $B(2, 2, 0)$ と点 P がある. 点 P は $\triangle OAB$ の内部にあり, $\overrightarrow{OP}$

と $\overrightarrow{AP}$ は垂直で, $|\overrightarrow{OP}| = 1$ であるとする. このとき, 実数 s, t を用いて $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ と表すと,

$s = \text{オ}$, $t = \text{カ}$ である. また, $\triangle OPB$ の面積は キ である. ただし, 答えは 2 重根号を含ま

ない形で表せ.

——— このページは白紙です。 ———

[3]

a を正の実数とし、 $f(x) = x^3 - x$ 、 $g(x) = f(x - a) + 2a$ とする．方程式 $g(x) - f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつとき、次の問いに答えよ．

- (1) a の取りうる値の範囲を求めよ．
- (2) 関数 $g(x) - f(x)$ の最大値と、そのときの x の値を a を用いて表せ．
- (3) (2) で求めた $g(x) - f(x)$ の最大値を $h(a)$ とおく． $h(a)$ の最大値と、そのときの a の値を求めよ．
- (4) a を (3) で求めた値とする．このとき、曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ．

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———