2021—(A(文系))

◎数　学　問　題

15：00～16：00（60分）

受験についての注意

1．試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2．数学の試験用紙は、問題用紙１部（８ページ）、記述式解答用紙（あ）１枚、記述式解答用紙（い）１枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3．試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4．監督者の指示に従って、記述式解答用紙（２枚）の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**２カ所（計４カ所）**記入してください。
5．解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6．解答用紙は丁寧に取り扱ってください。
7．**解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。**
8．解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9．受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10．試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11．試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12．問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は，解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること．
枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は，採点の対象にはならない．

〔1〕 次の文章中の［　　］に適する式または数値を，解答用紙の同じ記号のついた［　　］の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

（1） 四面体 OABC において，$OA = OB = AB = 4$, $OC = AC = BC = 2\sqrt{2}$ であるとする．辺 OA, AB を 3 : 1 に内分する点をそれぞれ P, Q とし，辺 AC の中点を R とすると，$PQ =$［ア］であり，$\cos\angle PQR =$［イ］である．また，△PQR の面積は［ウ］である．

（2） 袋の中に 1 から 10 までの数字が記されたカードが，それぞれ 1 枚ずつ，合計 10 枚入っている．この袋から 1 枚のカードを取り出し，記されている数字を記録する．取り出したカードは袋に戻す．この試行を 3 回繰り返し，記録した 3 つの数字の積を X とする．このとき，X が 2 の倍数である確率は［エ］であり，X が 3 の倍数である確率は［オ］である．また，X が 2 の倍数でも 3 の倍数でもない確率は［カ］であり，X が 6 の倍数である確率は［キ］である．

——— このページは白紙です。 ———

〔2〕 次の文章中の［　　］に適する式または数値を，解答用紙の同じ記号のついた［　　］の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

（1） 関数

$$y = 3\log_{3\sqrt{3}}(x+3) - \log_{\frac{1}{3}}(2-x)$$

は $x =$［ア］のとき，最大値 $\log_3$［イ］をとる．また，$y > \log_{\sqrt{3}} 2$ であるとき，x の取りうる値の範囲は［ウ］$< x <$［エ］である．

（2） 数列 $\{a_n\}$ は初項が 2 の等差数列であり，初項から第 5 項までの和が 70 である．この数列の一般項 a_n を n の式で表すと，$a_n =$［オ］であり，$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ を n の式で表すと，$S_n =$［カ］である．

また，$\sum_{k=2}^{10} \frac{1}{S_k - 2k} =$［キ］である．

——— このページは白紙です。 ———

〔3〕 p を $p<-3$ を満たす実数とし，$f(x)=x^3+px^2-\frac{1}{3}(2p+1)x$ とおく．曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における接線を ℓ とするとき，次の問いに答えよ．

(1) 接線 ℓ の方程式を求めよ．また，接線 ℓ と曲線 $y=f(x)$ との共有点の x 座標をすべて求めよ．

(2) 曲線 $y=f(x)$ $(0 \leqq x \leqq 1)$ と接線 ℓ および y 軸で囲まれる部分の面積が $\frac{11}{12}$ であるとき，p の値を求めよ．

(3) p を (2) で求めた値とし，

$$g(t)=(\sqrt{3}\sin t+\cos t)^3+p(\sqrt{3}\sin t+\cos t)^2-\frac{1}{3}(2p+1)(\sqrt{3}\sin t+\cos t)$$

とおく．t が $0 \leqq t \leqq \pi$ の範囲を動くとき，$\sqrt{3}\sin t+\cos t$ の取りうる値の範囲を求め，関数 $y=g(t)$ $(0 \leqq t \leqq \pi)$ の最大値と最小値を求めよ．

——— このページは白紙です。———

——— このページは白紙です。———