

2021—(A(理系))

■ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計8カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHBで0.5 mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) O を原点とする平面上に点 A, B, C があり、 $|\vec{OA}| = 1$, $|\vec{OB}| = 2$, $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -1$, 三角形 ABC の重心は O であるとする。このとき、 $\angle AOB =$ ア である。また、 $|\vec{OC}| =$ イ であり、三角形 ABC の面積は ウ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 2a_n - 5n + 3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たすとき、 $a_1 =$ エ , $a_2 =$ オ である。また、 a_{n+1} を a_n を用いて表すと、 $a_{n+1} =$ カ であり、数列 $\{a_n\}$ の一般項は、 $a_n =$ キ である。

(3) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、関数 $f(\theta) = \cos 2\theta + 3 \cos \theta - 1$ の最小値は ク , 最大値は ケ である。また、方程式 $f(\theta) = 0$ の解は $\theta =$ コ である。

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

最初の持ち点は0点とし、2枚の硬貨を同時に投げ、

- 2枚とも表が出たら、投げた人の持ち点に1点を加える。
- 2枚とも裏が出たら、投げた人の持ち点はそのままとする。
- 1枚ずつ表と裏が出たら、投げた人は持ち点をすべて失う。

というゲームを考える。

- (1) 2枚の硬貨を同時に投げ、2枚とも表が出る確率は ア であり、1枚ずつ表と裏が出る確率は イ である。
- (2) n 回のゲームを行ったとき、初めて持ち点が2となる確率を P_n とする。このとき P_2, P_3 はそれぞれ $P_2 =$ ウ , $P_3 =$ エ である。
- (3) いま K, G の2人が交互に、つまり K は 1, 3, 5, …… の奇数回に、G は 2, 4, 6, …… の偶数回に、2枚の硬貨を同時に投げ、2人のうち先に持ち点が2となった方を勝ちとしてゲームを終了する。 n 回目でどちらかが勝ちゲームが終了する確率を Q_n とする。このとき Q_3, Q_4, Q_5, Q_6 はそれぞれ $Q_3 =$ オ , $Q_4 =$ カ , $Q_5 =$ キ , $Q_6 =$ ク である。また6回目までに K が勝ちゲームが終了する確率は ケ であり、6回目まで K も G も勝てず7回目のゲームを行う確率は コ である。

[3]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

a を実数の定数とし、2つの円 $C_1 : x^2 + y^2 = 4$, $C_2 : x^2 - 6x + y^2 - 2ay + 4a + 4 = 0$ について考える。

- (1) C_2 の中心の座標は ア , 半径は イ である。
- (2) C_2 は a の値に関わらず2つの定点を通る。これらの定点の座標は、 x 座標が小さい方から順に ウ , エ である。
- (3) C_2 が直線 $y = x + 1$ と異なる2点で交わるような a の値の範囲は オ である。
- (4) C_1 と C_2 が外接するような a の値は $a =$ カ である。
- (5) $a = 1$ のとき、 C_1 と C_2 は2つの共有点 A, B をもつ。このとき、直線 AB の方程式は $y =$ キ であり、点 A, B と原点 $(0, 0)$ を通る円の中心の座標は ク , 半径は ケ である。
- (6) $a = 0$ のとき、 C_1 上の点 (x_1, y_1) における C_1 の接線が C_2 に接するような x_1 の値は $x_1 =$ コ である。

[4]

関数 $f(x)$ と $g(x)$ を,

$$f(x) = ax^2 + bx - 1, \quad g(x) = c \log x$$

とし, 曲線 C_1 と C_2 を,

$$C_1 : y = f(x), \quad C_2 : y = g(x) \quad (x > 0)$$

とする. ただし, a, b, c は実数の定数で, $a \neq 0, c > 0$ とする. また, 曲線 C_1 と 曲線 C_2 は共有点 $(1, 0)$ をもち, その点で共通の接線 ℓ をもつとする. さらに, 曲線 C_1 と 曲線 C_2 および直線 $x = 2$ で囲まれた部分を D とする. 次の問いに答えよ.

(1) 定数 a, b を c のみを用いて表せ.

(2) 定積分 $\int_1^2 \log x \, dx$ および $\int_1^2 (\log x)^2 \, dx$ の値を求めよ.

(3) D の面積 S が $S = \frac{10}{3} - 4 \log 2$ であるとする. このとき, c の値および直線 ℓ の方程式を求めよ.

(4) c が (3) で求めた値をとるとき, D を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ.

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——