

2021—(B(文系))

◎ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 00 (60分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計4カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHBで0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってははいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) 2 つの実数 x, y は関係式 $x^2 - xy + y^2 = 2$ を満たしながら動くとする。このとき、 $x + y - xy$ の最大値を求めよう。 $s = x + y$ とおくと、 xy を s の式で表すと $xy =$ ア である。また、 s の取りうる値の範囲は イ $\leq s \leq$ ウ である。したがって $x + y - xy$ の最大値は エ である。

- (2) 袋の中に白玉が 4 個と赤玉が 6 個入っている。この袋から、以下の手順にしたがって玉を取り出す。ただし、取り出した玉は袋に戻さないものとする。

手順

- (i) 袋から玉を 2 個取り出す。
- (ii) (i) で取り出した 2 個の玉の色が異なっているならば、それ以上玉を取り出すことなく終了する。
(i) で取り出した 2 個の玉の色が同じならば、(iii) に進む。
- (iii) 袋から玉を 1 個取り出す。
- (iv) (iii) で取り出した玉の色がそれまでに取り出した玉の色と異なっているならば、それ以上玉を取り出すことなく終了する。(iii) で取り出した玉の色がそれまでに取り出した玉の色と同じならば、(iii) に戻る。
- (i) で取り出した 2 個の玉が同じ色である確率は オ であり、4 個の玉を取り出して終了になる確率は カ である。また、4 個以上の玉を取り出して終了したとき、3 回目に袋から取り出した玉が赤玉である条件付き確率は キ である。ただし、 オ , カ , キ は既約分数とする。

—— このページは白紙です。 ——

[2] 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

(1) xy 平面において、連立不等式

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x + 2y \leq 30, \quad 5x + 2y \leq 66$$

の表す領域を D とする．点 (x, y) が領域 D を動くとき $kx + y$ の最大値を求めよう．ただし、 k は $1 \leq k \leq 3$ を満たす実数である． $1 \leq k \leq$ のとき、 $kx + y$ の最大値を k を用いて表すと であり、 $\leq k \leq 3$ のとき、 $kx + y$ の最大値を k を用いて表すと である．

(2) 四面体 $OABC$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ であるとする．また、辺 AB を $1:2$ に内分する点を D 、線分 CD を $2:3$ に内分する点を E とする．このとき、線分 OD の長さは $OD =$ であり、 $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表すと $\overrightarrow{OE} =$ である．さらに、線分 OD を $2:1$ に内分する点を F とし、線分 CF と線分 OE との交点を G とすると、 $\frac{OG}{OE} =$ であり、 $\overrightarrow{OG}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表すと $\overrightarrow{OG} =$ である．

—— このページは白紙です。 ——

[3]

a を正の実数とし、関数 $f(x)$ は

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + \int_{-1}^1 f(t) dt$$

を満たしているとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 定積分 $\int_{-1}^1 f(t) dt$ を a の式で表せ。
- (2) 関数 $f(x)$ の極小値が -2 であるとき、 a の値と $f(x)$ の極大値を求めよ。
- (3) a は (2) で求めた値であるとする。このとき、曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = -x - 2$ の共有点の x 座標のうち、最も小さい値を α とし、最も大きい値を β とする。 $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ。
- (4) a は (2) で求めた値であるとする。このとき、曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = -x - 2$ で囲まれる 2 つの部分の面積の和を求めよ。

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——