

2021—(B(理系))

■ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2カ所(計8カ所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHBで0.5 mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 複素数 z が $z^2 = -3 + 4i$ を満たすとき z の絶対値は ア であり、 z の共役複素数 $\bar{z}$ を z を用いて表すと $\bar{z} = \frac{\text{イ}}{z}$ である (ただし i は虚数単位)。また、 $(z + \bar{z})^2$ の値は ウ である。

(2) $\frac{3}{1-x^4} = \frac{A}{1-x} + \frac{B}{1+x} + \frac{C}{1+x^2}$ が x についての恒等式となるような定数 A, B, C の値は、 $A = \text{エ}$, $B = \text{オ}$, $C = \text{カ}$ である。

(3) 関数 $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{4x} - \frac{4}{3^x} + 3$ について、 $\frac{1}{3^x} = t$ とおいて、 y を t を用いて表すと $y = \text{キ}$ である。関数 y の最小値は ク であり、そのときの t の値は $t = \text{ケ}$ である。また、方程式 $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{4x} - \frac{4}{3^x} + 4 = 0$ の解は $x = \text{コ}$ である。

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

袋に白玉2個と赤玉1個が入っている。この袋から玉を1個取り出して元に戻す操作を繰り返し行い、2回続けて赤玉を取り出したときこの操作を終了する。操作がちょうど n 回目で終了となる確率を P_n とし、操作が n 回以上繰り返される確率を Q_n とする。

(1) $P_2 =$, $P_3 =$, $P_4 =$, $P_5 =$ である。

(2) $Q_2 =$, $Q_3 =$, $Q_4 =$, $Q_5 =$ である。

(3) $n \geq 2$ のとき、 $Q_n - Q_{n-1}$ を P_{n-1} を用いて表すと $Q_n - Q_{n-1} =$ となる。

(4) $n \geq 4$ のとき、 P_{n-1} を Q_{n-3} を用いて表すと $P_{n-1} =$ となる。

[3]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

a を $a > \frac{1}{2}$ を満たす実数の定数とする。 $f(x) = \frac{1}{x}$ とし、曲線 $y = f(x)$ ($x > 0$) を C とする。点 $A(a, 2)$ を通る傾きが -1 の直線 ℓ と曲線 C の交点を $P(p, f(p))$, $Q(q, f(q))$ ($p < q$) とする。また、点 P, Q における曲線 C の接線をそれぞれ m, n とし、 m と n の交点を R とする。

(1) $a = \frac{4}{3}$ のとき、 $p =$ ア , $q =$ イ である。また、このとき直線 ℓ と曲線 C で囲まれた部分の面積は ウ であり、直線 m の方程式は $y =$ エ である。

(2) 線分 PQ の中点 M の x 座標を a を用いて表すと、 オ である。

(3) 点 R の座標が $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ であるとき、 $p, \frac{q}{p}, a$ の値は $p =$ カ , $\frac{q}{p} =$ キ , $a =$ ク である。
また、このとき、直線 ℓ と曲線 C で囲まれた部分の面積は ケ であり、三角形 PQR の面積は コ である。

[4]

座標空間内に4点 $A(1, 1, 0)$, $B(2, 0, 1)$, $C(0, 1, 2)$, $D(0, -1, 0)$ をとるとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{AC}|$ および内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ. また三角形 ABC の面積を求めよ.
- (2) s, t を0より大きく1より小さい実数とし, 線分 AB を $t:1-t$ に内分する点を P ,
線分 CD を $s:1-s$ に内分する点を Q とするとき, $\overrightarrow{PQ}$ を s, t を用いて表せ. また s と t が
0より大きく1より小さい実数を動くとき, $|\overrightarrow{PQ}|$ の最小値とそのときの s, t の値を求めよ.
- (3) 点 D から3点 A, B, C を通る平面に垂線 DH を下ろすとき, 点 H の座標を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———