

2021—(G(理系))

■ 数 学 問 題

13 : 00 ~ 14 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計8カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 1個のさいころを2回続けて投げ、1回目に出た目を X 、2回目に出た目を Y とする。このとき、 $X = Y$ となる確率は ア であり、 $X < Y$ となる確率は イ である。また、 X と Y の積 XY が奇数になる確率は ウ である。

(2) 関数 $y = \sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 3\cos^2 x - 3\sin x + 3\sqrt{3}\cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) について、 $t = \sin x - \sqrt{3}\cos x$ において、 y を t を用いて表すと、 $y =$ エ である。関数 y の最小値は オ である。また関数 y の最大値は カ であり、そのときの x の値は $x =$ キ である。

(3) x を $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ を満たす1より大きい実数とする。このとき、 $x + x^{-1} =$ ク であり、 $x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} =$ ケ である。また、 $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} =$ コ である。

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

O を原点とする平面上の点 A, B の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}$ とする。 $\vec{a}, \vec{b}$ は

$$|\vec{a}| = 3, \quad |\vec{b}| = 5, \quad |\vec{a} + \vec{b}| = 7$$

を満たすとする。また線分 OA 上の点 C と線分 OB 上の点 D を結ぶ線分 CD 上に三角形 OAB の重心 G があり、 $CG : GD = 3 : 2$ を満たしている。線分 AB の中点を M とし、直線 CM と直線 OB の交点を E とする。点 A を通り直線 OA に垂直な直線と直線 CM の交点を F とする。

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積は $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ア であり、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ は $\theta =$ イ である。また、線分 AB の長さは ウ であり、三角形 OAB の面積は エ である。

ベクトル $\vec{OG}, \vec{OC}, \vec{OD}, \vec{OM}, \vec{OE}, \vec{OF}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表すと、

$$\vec{OG} = \text{オ} \text{ }, \vec{OC} = \text{カ} \text{ }, \vec{OD} = \text{キ} \text{ }, \vec{OM} = \text{ク} \text{ }, \vec{OE} = \text{ケ} \text{ }, \vec{OF} = \text{コ} \text{ }$$

である。

[3]

次の文章中の $\square$ に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた $\square$ の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

自然数の列 $1, 2, 3, \dots$ を、次のような群に分ける。ただし第 n 群には n 個の数が入るものとする。

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & | & 2, 3 & | & 4, 5, 6 & | & 7 \dots\dots \\ \text{第1群} & & \text{第2群} & & \text{第3群} & & \end{array}$$

自然数 n に対して、第 n 群の最後の数を a_n とする。

(1) $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 6, a_4 = \square \text{ ア }, a_5 = \square \text{ イ }$ である。

(2) $a_{n+1} - a_n$ を n の式で表すと $a_{n+1} - a_n = \square \text{ ウ }$ であり、数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \square \text{ エ }$ である。

(3) 第 200 群の 100 番目の数は $\square \text{ オ }$ である。また、1000 は第 $\square \text{ カ }$ 群の $\square \text{ キ }$ 番目の数である。

(4) 第 n 群にあるすべての数の和は $\square \text{ ク }$ である。

(5) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} = \square \text{ ケ }$ である。また、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} = \square \text{ コ }$ である。

[4]

a を実数の定数とする．関数 $f(x)$ と $g(x)$ を，

$$f(x) = \sin 2x, \quad g(x) = a \cos x$$

とし，曲線 C_1 と C_2 を，

$$C_1 : y = f(x) \quad \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right), \quad C_2 : y = g(x) \quad \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

とする．このとき，次の問いに答えよ．

- (1) 点 $\left(\frac{\pi}{3}, f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ における曲線 C_1 の接線の方程式を求めよ．
- (2) $a = 1$ のとき，曲線 C_1, C_2 と y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ．
- (3) 曲線 C_1 と C_2 が異なる 2 個の共有点 $P\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ と Q をもつような a の値の範囲を求めよ．また，点 Q の x 座標を t とするとき， $\sin t$ を a を用いて表せ．
- (4) a が (3) で求めた範囲にあるとき，曲線 C_1, C_2 と y 軸で囲まれた部分の面積 S ，曲線 C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積 T をそれぞれ a を用いて表せ．また， $2S = T$ となるとき a の値を求めよ．

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———