

2022—(C)

◎ 数 学 問 題

15：00～16：00（60分）

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部（8ページ）、記述式解答用紙（あ）1枚、記述式解答用紙（い）1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙（2枚）の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所（計4カ所）**記入してください。
5. 解答はすべて **HB の黒鉛筆**または **HB で 0.5 mm 以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. **解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。**
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

(1) 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

(1) a を実数とし、関数 $f(x) = ax^2 + 4ax + 3a - 2$ を考える。

(i) $a = -1$ のとき、 $-5 \leq x \leq 0$ における $f(x)$ の最大値は ア である。

(ii) 曲線 $y = f(x)$ が x 軸と共有点をもたない放物線であるとき、 a の取りうる値の範囲は イ である。

(iii) $-5 \leq x \leq 0$ を満たすすべての x に対して $f(x) \leq 0$ が成り立つとき、 a の取りうる値の範囲は ウ である。

(2) p を素数、 n を自然数とする。このとき、

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{p^n} \text{ かつ } x < y \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

を満たす自然数 x, y を考える。

(i) $p = 3, n = 1$ のとき、 $\textcircled{1}$ を満たす自然数 x, y の値の組は $(x, y) =$ エ である。

(ii) $n = 1$ のとき、 $\textcircled{1}$ を満たす自然数 x, y の値の組は $(x, y) =$ オ である。

(iii) $n = 2$ のとき、 $\textcircled{1}$ を満たす自然数 x, y の値の組は全部で カ 組ある。

(iv) 自然数 n に対して、 $\textcircled{1}$ を満たす自然数 x, y の値の組は全部で キ 組ある。

ただし、 エ , オ は (a, b) の形で答えよ。

——— このページは白紙です。 ———

〔2〕 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

- (1) a を正の実数とし、 $a \neq 1$ とする。また、 xy 平面上の円 $x^2 + y^2 + 6ax - 2ay + 20a - 10 = 0$ を C とする。このとき、円 C は a の値にかかわらず点 ア を通り、中心は直線 $y =$ イ 上にある。ただし、 ア は (p, q) の形で答えよ。また、円 C と円 $x^2 + y^2 = 5$ が外接するとき、 $a =$ ウ である。

- (2) $\triangle OAB$ の辺 AB の中点を M 、線分 OM の中点を N 、直線 AN と辺 OB の交点を P とする。また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。 $\overrightarrow{ON}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて表すと、 $\overrightarrow{ON} =$ エ であり、 $\frac{AN}{NP} =$ オ である。 $OA = 2$ 、 $OB = OM = 1$ のとき、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ カ であり、 $\triangle ONP$ の面積は キ である。

—— このページは白紙です。 ——

[3]

$f(x) = x^2(x-3)$, $g(x) = -f(x)$, $h(x) = f(x-3)$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ.
- (2) 2 つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ.
- (3) (2) で面積を求めた図形のうち, 曲線 $y = h(x)$ より下側の部分の面積 T を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——