

2022—(E)

◎ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 00 (60分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙 1 部 (8 ページ)、記述式解答用紙 (あ) 1 枚、記述式解答用紙 (い) 1 枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙 (2 枚) の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ **2 カ所 (計 4 カ所)** 記入してください。
5. 解答はすべて **HB の黒鉛筆** または **HB で 0.5 mm 以上の芯のシャープペンシル** で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. **解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。**
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

(1) 四面体 OABC において、 $OA = 1$, $OB = \sqrt{3}$, $OC = \sqrt{6}$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$ であるとする。このとき、 $\cos \angle ABC =$ ア であり、 $\triangle ABC$ の面積は イ である。また、頂点 O から平面 ABC に下ろした垂線と平面 ABC の交点を H とすると、 $OH =$ ウ である。

(2) 赤玉 5 個と白玉 5 個が入った袋があり、それぞれの色の玉には 1, 2, 3, 4, 5 の数が 1 つずつ書かれている。この袋から玉を 1 個ずつ 2 回取り出し、取り出した順に A, B とし、これらの玉に書かれた数をそれぞれ a, b とする。ただし、取り出した玉は袋に戻さないものとする。

(i) A, B が同じ色である確率は エ である。

(ii) $a = b$ である確率は オ である。

(iii) ab が 10 で割り切れる確率は カ である。

(iv) $\frac{b}{a}$ が自然数である確率は キ である。

ただし、 エ , オ , カ , キ はすべて既約分数で答えよ。

——— このページは白紙です。 ———

〔2〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

(1) 実数 x, y に対して

$$z = 81^x + 9^y - 2(3^{2x+1} + 3^{y+1})$$

とおく. x と y が $2x + y = 2$ を満たしながら変化する. このとき, $t = 9^x + 3^y$ とおくと, t の取りうる値の範囲は $t \geq$ ア である. また, z を t を用いて表すと, $z =$ イ となる. z の最小値は ウ であり, このとき, $(x, y) =$ エ である.

(2) 公比が正の等比数列 $\{a_n\}$ があり, $a_2 = 3$, $a_3 + a_4 = 18$ を満たしている. このとき, 数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n =$ オ である. また

$$S_n = \sum_{k=1}^{2n} a_k, \quad T_n = \sum_{k=1}^n a_{2k-1}$$

とおくと, $S_n =$ カ , $T_n =$ キ S_n である.

—— このページは白紙です。 ——

〔3〕 a を正の実数とし、 $f(a) = \int_0^1 |x(x-1)(x-a)| dx$ とする．このとき、次の問いに答えよ．

(1) $a \geq 1$ のとき、 $f(a)$ を求めよ．

(2) $0 < a < 1$ のとき、 $f(a)$ を求めよ．

(3) 関数 $f(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ．

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———