

2022—(F)

◎ 数 学 問 題

15 : 00～16 : 00 (60分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計4カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、**解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。**
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

- (1) 面積が $2\sqrt{2}$ である鋭角三角形 ABC があり、 $AB = 3$ 、 $AC = 2$ である。このとき、 $\sin A =$,
 $BC =$ である。また、点 B, C から対辺に下ろした垂線と対辺の交点をそれぞれ H, K とす
ると、 $AH =$ であり、 $\triangle AHK$ の外接円の半径は である。ただし、, , ,
 はすべて数値である。

- (2) 箱の中に赤色のカードが 4 枚、黄色のカードが 3 枚、青色のカードが 3 枚、合計 10 枚ある。赤
色のカードにはそれぞれ 1, 2, 3, 4 の数字が記されており、黄色のカードと青色のカードにはそれ
ぞれ 1, 2, 3 の数字が記されている。この箱の中から同時に 3 枚のカードを取り出す。

取り出した 3 枚のカードがすべて異なる色である確率は , 取り出した 3 枚のカードがすべ
て異なる数字である確率は である。また、取り出した 3 枚のカードがすべて異なる色であっ
たとき、取り出した 3 枚のカードがすべて異なる数字である条件付き確率は である。

ただし、, , はすべて既約分数で答えよ。

——— このページは白紙です。 ———

(2)

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

(1) 点 O を原点とする座標平面上に曲線 $C: y = x^2$ と点 $A(0, 3)$ がある。2 点 P, Q が、3 つの条件

(i) 点 P は C 上にある。

(ii) 3 点 A, P, Q は一直線上にあり、点 A は点 P と点 Q の間にある。

(iii) $AQ = 2PA$

を満たしながら動くとき、点 Q の軌跡の方程式は $y =$ ア である。また、線分 PQ の長さが最小になるとき、 $PQ =$ イ であり、このとき、 $\triangle OPQ$ の面積は ウ である。

(2) 2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ について、次の条件 $(*)$ が成り立つとする。

$(*)$ 自然数 n に対して、整式 $x^2 + a_{n+1}x + b_{n+1}$ を $x + a_n$ で割ると、商は $x + 3$ 、余りは $a_n + b_n$ である。

a_{n+1} を a_n を用いて表すと $a_{n+1} =$ エ であるから、 $a_1 = 5$ のとき a_n を n を用いて表すと $a_n =$ オ である。 $a_n =$ オ のとき、 b_{n+1} を b_n を用いて表すと $b_{n+1} =$ カ となり、さらに $b_1 = 15$ のとき b_n を n を用いて表すと $b_n =$ キ となる。

——— このページは白紙です。 ———

〔3〕 a を実数とし, 2 つの関数 $f(x)$, $g(x)$ について,

$$\begin{aligned}f(x) &= 3x^2 + \int_0^2 (x+t)f'(t)dt \\ \int_3^x g(t)dt &= \frac{1}{3}x^3 + (a+2)x^2 + ax - 3a + 9\end{aligned}$$

が成り立つとする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $p = \int_0^2 f'(t)dt$, $q = \int_0^2 tf'(t)dt$ とおくとき, p , q の値を求めよ. また, 関数 $f(x)$ を求めよ.
- (2) a の値を求めよ. また, 関数 $g(x)$ を求めよ.
- (3) 2 つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——