

2022—(A(文系))

◎ 数 学 問 題

15:00～16:00 (60分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計4カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、**解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。**解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

(1) 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

(1) a を実数とし、関数 $f(x) = x(|x| - 4) + a$ を考える。

(i) $x \leq 0$ のとき、 $f(x)$ は $x =$ で最大値 をとる。

(ii) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 個の実数解をもつとき、 a の取りうる値の範囲は である。
このとき、これら 3 個の実数解の和が $-\frac{1}{2}$ となるような a の値は である。

(2) 袋 A には赤色のカードが 4 枚、白色のカードが 2 枚入っている。また、袋 B には赤色のカードが 3 枚、白色のカードが 2 枚入っている。1 枚のコインを投げて、表が出たときは袋 A から 2 枚のカードを同時に取り出し、裏が出たときは袋 B から 2 枚のカードを同時に取り出す。

(i) 袋 A を選び、かつ、赤色の 2 枚のカードを取り出す確率は である。

(ii) 赤色の 2 枚のカードを取り出す確率は である。

(iii) 赤色の 2 枚のカードを取り出したとき、そのカードが袋 A に入っていた条件付き確率は である。

——— このページは白紙です。 ———

(2)

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

(1) a を実数とし、方程式

$$x^3 - (2a+1)x^2 - 3(a-1)x - a + 5 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

を考える。

(i) a がどのような値でも方程式 $\textcircled{1}$ は $x = \text{ア}$ を解にもつ。

(ii) 方程式 $\textcircled{1}$ が異なる 3 つの負の解をもつような a の値の範囲は、 $a < \text{イ}$ 、 $\text{イ} < a < \text{ウ}$ である。

(iii) k を正の実数とし、方程式 $x^3 - 1 = 0$ の虚数解の 1 つを ω とする。方程式 $\textcircled{1}$ が $x = \omega + k$ を解にもつとき $a = \text{エ}$ である。

(2) 等差数列 $\{a_n\}$ は $a_1 + a_2 = 7$ 、 $a_1 + a_3 + a_5 = 24$ を満たし、等比数列 $\{b_n\}$ は公比が実数であり初項から第 3 項までの和が 7、初項から第 6 項までの和が 63 である。このとき、等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \text{オ}$ であり、 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}} = \text{カ}$ である。また、 $\sum_{k=1}^n a_k b_k = \text{キ}$ である。

——— このページは白紙です。 ———

[3]

a を $0 < a < 4$ を満たす実数とする. 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax$ と

$$g(x) = x \left(3x - \frac{1}{2} \int_0^2 g(t) dt \right)$$

を満たす関数 $g(x)$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $\int_0^2 g(t) dt$ の値を求めよ.

(2) 2 つの曲線 $y = f(x)$ と $y = \int_0^x g(t) dt$ で囲まれた部分の面積を S_1 , 2 つの曲線の $x \geq \frac{a}{2}$ の部分と直線 $x = 2$ で囲まれた部分の面積を S_2 とするとき, 2 つの部分の面積の和 $S = S_1 + S_2$ を a を用いて表せ.

(3) (2) で求めた S の最小値と, そのときの a の値を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———