

2022—(B(理系))

■ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計8カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて **HB の黒鉛筆**または **HB で0.5 mm 以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

(1)

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 1から8までの数字がそれぞれ1つずつ書かれた8枚のカードを4枚ずつ2つの組に分ける分け方は ア 通りある。このうち1番と2番のカードが別の組に分かれる分け方は イ 通りある。

(2) $x = 2 \log_2(\sqrt{2} - 1)$ のとき、 $2^x =$ ウ である。また、 $2^x + 2^{-x} =$ エ である。

(3) k を正の実数とする。円 $C: x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + k^2 = 0$ の半径は オ である。 k がすべての正の実数値をとって変化するとき、円 C の中心は直線 $y =$ カ 上を動く。円 C が不等式 $(x - y)(x + y - 2) < 0$ の表す領域に含まれるとき、 k のとりうる値の範囲は $0 < k <$ キ である。

(4) α, β は $\alpha < \beta$ かつ $\alpha + \beta = 9$ を満たす実数とする。 $\alpha^3 + \beta^3$ を $\alpha\beta$ を用いて表すと、 $\alpha^3 + \beta^3 =$ ク である。さらに α, β が $\alpha^3 + \beta^3 = 189$ を満たすとき、 $\alpha\beta$ の値は $\alpha\beta =$ ケ である。したがって、 $\alpha < \beta, \alpha + \beta = 9, \alpha^3 + \beta^3 = 189$ を満たす α, β の値の組は、 $(\alpha, \beta) =$ コ である。

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

関数 $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$ について曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) を C とする。

$f'(x) =$ ア である。 $f'\left(\frac{3}{5}\right) =$ イ より、曲線 C 上の点 $\left(\frac{3}{5}, f\left(\frac{3}{5}\right)\right)$ における接線の方程式は $y =$ ウ である。また、関数 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) は $x =$ エ のとき最大値 オ をとる。

曲線 C と x 軸で囲まれた部分の面積は カ である。

a を実数の定数とし、直線 $y = ax$ を ℓ とする。直線 ℓ と曲線 C が原点以外の共有点をもつような a の値の範囲は キ であり、このとき原点以外の共有点の x 座標を a で表すと ク である。 a が キ を満たすとき、直線 ℓ と曲線 C で囲まれた部分の面積 S を a を用いて表すと $S =$ ケ である。 $S = \frac{5}{48}$ を満たすような a の値は $a =$ コ である。

〔3〕

次の文章中の に適する式または数値を, 解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ. 途中の計算を書く必要はない.

三角形 ABC において, $AC = 1$, $\angle ABC = \theta$, $\angle ACB = 3\theta$ とする.

θ のとりうる値の範囲は ア である. 点 A から直線 BC に下ろした垂線と直線 BC の交点を H とするとき, 線分 AH の長さを θ を用いて表すと, $AH =$ イ である. 線分 AH の長さは $\theta =$ ウ のとき最大値 エ をとる.

線分 AB, BC の長さを θ を用いて表すと, $AB =$ オ , $BC =$ カ である. $t = \cos \theta$ とおくと, ア より, t の値のとりうる範囲は キ である. 線分 AB, BC の長さを t を用いて表すと, $AB =$ ク , $BC =$ ケ である. 三角形 ABC の周の長さ L のとりうる値の範囲は コ である.

[4]

1 辺の長さが 3 の正三角形 ABC を底面とし、高さが $2\sqrt{6}$ で $OA = OB = OC$ である四面体 $OABC$ がある. 辺 OA を $1:1$ に内分する点を P とし、辺 OB , 辺 OC を $2:1$ に内分する点をそれぞれ Q, R とする. また、正三角形 ABC の重心を G とし、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおく. このとき、次の問いに答えよ.

- (1) $\overrightarrow{AG}$ と $\overrightarrow{OG}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ. また、内積 $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{OG}$ の値を求めよ. ただし、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$, $\vec{c} \cdot \vec{a}$ の値が等しいことを用いてよい.
- (2) 辺 OA の長さと内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ.
- (3) 内積 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}$ の値を求めよ.
- (4) $\angle QPR = \theta$ とする. このとき、 $\cos \theta$ の値と三角形 PQR の面積を求めよ. また、点 O から三角形 PQR を含む平面に垂線 OH を下ろすとき、 OH の長さを求めよ.

—— このページは白紙です。 ——

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———