

2022—(G(文系))

◎ 数 学 問 題

13 : 00 ~ 14 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計4カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. **解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。**
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

(1) a を実数とし、放物線 $y = x^2 - (2a + 4)x + 2a^2 - 12a - 32$ を C とする。放物線 C が y 軸の正の部分と交わるような a の取りうる値の範囲は $a < \text{ア}$, $\text{イ} < a$ である。また、放物線 C と x 軸の正の部分が異なる 2 点で交わるような a の取りうる値の範囲は $\text{ウ} < a < \text{エ}$ である。

(2) 4 点 O, A, B, C があり、点 P は以下の規則にしたがって O, A, B, C の間を移動する。点 P は最初 O にある。 P は 1 秒後に、現在いる点以外の 3 点のいずれかにそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で移動することを繰り返す。1 秒後から n 秒後までに、 P が (i) ~ (iii) それぞれの条件を満たす確率を求めよ。ただし、 n は 2 以上の自然数とする。

(i) P が O と A だけを訪れる確率は オ である。

(ii) P が O と C を訪れず、 A と B の両方を訪れる確率は カ である。

(iii) $n \geq 3$ とする。 P が O を訪れず、 A と B と C すべてを訪れる確率は キ である。

——— このページは白紙です。 ———

〔2〕

次の文章中の に適する式または数値を，解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ．
途中の計算を書く必要はない．

(1) 正の実数 x, y が

$$(\log_2 x)^2 + (\log_2 y)^2 = \log_2 x^2 + \log_2 y^4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

を満たしながら変化している． $X = \log_2 x$ ， $Y = \log_2 y$ とおくと， $\textcircled{1}$ は X, Y を用いて表すと

$$(X - 1)^2 + (Y - 2)^2 = \text{ア}$$

である．このとき， $\log_2 xy^2$ は $(x, y) = \text{イ}$ で最大値をとり， $(x, y) = \text{ウ}$ で最小値をとる．

(2) 点 O を原点とする座標空間に，3 点 $A(2, 1, 1)$ ， $B(1, 2, 2)$ ， $C(3, 4, 0)$ がある．点 C から平面 OAB に垂線を下ろし，その交点を P とする． $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$ ， $\overrightarrow{OB}$ を用いて表すと $\overrightarrow{OP} = \text{エ}$ である．また， $\cos \angle AOB = \text{オ}$ であるから， $\triangle OAB$ の面積は カ ，四面体 $OABC$ の体積は キ である．

——— このページは白紙です。 ———

[3] a, b を正の実数とし, $0 < a < \sqrt{3}$ とする. 座標平面上に点 $A\left(\sqrt{3}, \frac{3}{2}\right)$, 放物線 $C: y = 3 - \frac{x^2}{2}$, 円 $K: (x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$ がある. また, 点 A における放物線 C の接線を ℓ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 直線 ℓ の方程式を求めよ.
- (2) 円 K と直線 ℓ が点 A で接するとき, a, b の値を求めよ.
- (3) a, b を (2) で求めた値とする. 円 K の中心を P とし, 円 K と x 軸との接点を B とする. このとき, $\angle APB$ の大きさを求めよ. また, 連立不等式

$$\begin{cases} y \leq 3 - \frac{x^2}{2}, \\ (x-a)^2 + (y-b)^2 \geq b^2, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

で表される領域のうち, 直線 AB より上側の部分の面積 S を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———