

2022—(G(理系))

■ 数 学 問 題

13 : 00 ~ 14 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙 1 部 (8 ページ)、記述式解答用紙 (あ) 1 枚、記述式解答用紙 (い) 1 枚、記述式解答用紙 (う) 1 枚、記述式解答用紙 (え) 1 枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って 1 枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙 (4 枚) の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ **2 カ所 (計 8 カ所)** 記入してください。
5. 解答はすべて **HB の黒鉛筆** または **HB で 0.5 mm 以上の芯のシャープペンシル** で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. **解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。**
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) 1から1000までの整数のうちで、4でも7でも割り切れるものは ア 個あり、4または7で割り切れるものは イ 個ある。4で割り切れるものすべての和は ウ である。
- (2) $y = (\log_2 x)^3 - 3\log_2 x$ は $x =$ エ のとき極大値 オ をとる。
- (3) $\cos 3x - 2\cos 2x = 0$ を満たす $\cos x$ の値は2つある。1つは有理数で カ であり、もう1つは無理数で キ である。
- (4) $4x^2 + 13xy + 10y^2$ を因数分解すると ク となる。また、 $4x^2 + 13xy + 10y^2 + 18x + 27y + 18$ を因数分解すると ケ となる。
- (5) $y = e^{x^2}$ について $\frac{d^2y}{dx^2} =$ コ である。

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

m は 2 以上の整数で n は 4 以上の整数とする。 x, y, z は正の整数とする。 $x + y = m$ を満たす x, y の組 (x, y) の個数を a_m とし、 $x + y + 2z = n$ を満たす x, y, z の組 (x, y, z) の個数を b_n とする。例えば $x + y = 3$ を満たす x, y の組は $(x, y) = (1, 2), (2, 1)$ の 2 個ある (順序を区別する) から $a_3 = 2$ である。

$a_m =$ ア である。 z の値で場合分けして考えると $b_5 = 2, b_6 =$ イ , $b_7 =$ ウ がわかる。

k が 2 以上の整数のとき、 $x + y + 2z = 2k$ において z がとりうる値の範囲は $1 \leq z \leq$ エ であり、
 b_{2k} を k の式で表すと $b_{2k} =$ オ である。また、 b_{2k+1} を k の式で表すと $b_{2k+1} =$ カ である。

n が 4 以上の偶数のとき、 b_n を n の式で表すと $b_n =$ キ である。また、 n が 5 以上の奇数のとき、
 b_n を n の式で表すと $b_n =$ ク である。

n が 4 以上の偶数のとき、 $x + y + 2z \leq n$ を満たす x, y, z の組 (x, y, z) の個数 c_n を n の式で表すと
 $c_n =$ ケ であり、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c_n}{n^3} =$ コ である。

〔3〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

a は正の定数とする。 $f(x) = \sqrt{x} - a \log x$ とおく。その導関数は $f'(x) = \frac{\text{ア}}{2x}$ であり、 $f(x)$ は $x = \text{イ}$ において極小値 ウ をとる。極小値が 0 となるような a の値は $a = \text{エ}$ である。

2 曲線 $y = \sqrt{x}$, $y = \text{エ} \log x$ と x 軸で囲まれる部分を D とする。 D の面積は オ である。

$(\log x)^2$ の不定積分は

$$\int (\log x)^2 dx = x(\log x)^2 + \text{カ} + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

であり、 D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は キ である。

b は正の定数とする。 $y = b \log x$ を x について解けば $x = \text{ク}$ となる。 $g(y) = \text{ク}$ とおくと、

$$\int \{g(y)\}^2 dy = \text{ケ} + C' \quad (C' \text{ は積分定数})$$

である。ゆえに、 D を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は コ である。

〔4〕

xy 平面において、円 $C: x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ は 3 点 $(0, 3), (7, 4), (7, -4)$ を通る。また、点 $(-4, 0)$ を通り、傾きが m の直線 ℓ は C と異なる 2 点で交わるとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a, b, c の値を求めよ。また、円 C の中心と半径を求めよ。
- (2) m のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) 直線 ℓ と円 C の 2 つの交点を結ぶ線分の中点を M とする。 m が (2) の範囲で変化するとき、 M の x 座標がとりうる値の範囲を求めよ。また、 M の軌跡を求めよ。

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——