

2023—(A(理系))

■ 数 学 問 題

15:00～16:30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(12ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計8カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて **HBの黒鉛筆**または **HBで0.5 mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

(1) 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 整式 $P(x) = x^4 + 11x^2 - 4x + 32$ が $P(x) = (x^2 + a)^2 - (x + b)^2$ と表せるような定数 a, b の値は $a =$, $b =$ であり、 $P(x)$ を実数の範囲で因数分解すると $P(x) =$ となる。

(2) 方程式 $\log_2(x + 4) - \log_4(x + 7) = 1$ の解は $x =$ であり、不等式 $\log_{\frac{1}{9}}(4 - x) > \frac{1}{2}$ を満たす x の値の範囲は である。また、関数 $y = 2(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 + 5$ の $\frac{1}{4} \leq x \leq 8$ における最小値は である。

(3) 1 から 2023 までの数が 1 つずつ書かれた 2023 個の玉が入った袋から 1 個の玉を取り出す。取り出した玉に書かれた数が 7 で割り切れる確率は 、7 と 17 のいずれでも割り切れる確率は 、7 または 17 のいずれか一方で割り切れてもう片方では割り切れない確率は であり、2023 と互いに素である確率は である。

——— このページは白紙です。 ———

(2)

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

xy 平面において、直線 $y = -\frac{4}{3}x$ を ℓ とし、円 $x^2 + y^2 - px - y + q = 0$ (p, q は定数, $p > 0$) を C とする。このとき、円 C の中心から y 軸までの距離を p を用いて表すと ア であり、円 C の中心から直線 ℓ までの距離を p を用いて表すと イ である。したがって、円 C が y 軸と直線 ℓ のどちらにも接しているとき、 p, q の値は $p =$ ウ , $q =$ エ であり、円 C の半径は オ である。

次に、 $p =$ ウ , $q =$ エ とし、 y 軸上の点 $A\left(0, \frac{13}{2}\right)$ 、原点 O 、直線 ℓ 上の点 B の 3 点を頂点とする $\triangle AOB$ の内接円が円 C であるとする。このとき、直線 AB の方程式は $y =$ カ であり、直線 AB と円 C の接点の座標は キ であり、点 B の座標は ク である。また、 $\triangle AOB$ の面積は ケ であり、 $\triangle AOB$ の外接円の半径は コ である。

——— このページは白紙です。 ———

[3]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

関数 $f(x) = e^{-2x} \sin x$, $g(x) = e^{-2x} \cos x$ を考える。

(1) $f'(x) = e^{-2x}$ ア である。また、 $\{af(x) + bg(x)\}' = f(x)$ が成り立つような定数 a, b の値は $a =$ イ , $b =$ ウ である。

(2) $S_n = \int_{(n-1)\pi}^{n\pi} |f(x)| dx$ ($n \geq 1$) とおく。このとき、 $S_1 =$ エ であり、 S_n を n の式で表すと $S_n =$ オ $(1 + e^{2\pi})$ である。また、 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{1 + e^{2\pi}}{\text{カ}}$ である。

(3) $\int \{f(x)\}^2 dx = re^{-4x} + sf(2x) + tg(2x) + C$ (C は積分定数) が成り立つような定数 r, s, t の値は $r =$ キ , $s =$ ク , $t =$ ケ である。

(4) x 軸と曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq \pi$) で囲まれる部分を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積は コ である。

——— このページは白紙です。 ———

[4]

複素数平面上に点 $z_1, z_2, \dots, z_n, \dots$ がある. $z_1 = 0$ である. また,

$$z_{n+1} = \frac{1+i}{2}z_n + 1 \quad (n=1, 2, \dots)$$

が成り立っている. 複素数 α は $\alpha = \frac{1+i}{2}\alpha + 1$ を満たすとする. 次の問いに答えよ.

- (1) z_3 および α の値を求めよ. また, α^{20} の値を求めよ.
- (2) $|z_1 - z_2| + |z_2 - z_3| + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} |z_n - z_{n+1}|$ の値を求めよ.
- (3) $a_n = |z_n - \alpha|$ ($n=1, 2, \dots$) とおくとき, 数列 $\{a_n\}$ が満たす漸化式を導き, $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.
- (4) 複素数 $\frac{z_{n+1} - \alpha}{z_n - \alpha}$ の偏角 $\arg \frac{z_{n+1} - \alpha}{z_n - \alpha}$ を θ ($0 < \theta < 2\pi$) とするとき, θ を求めよ. また, 3点 α, z_n, z_{n+1} を頂点とする三角形の面積を S_n ($n=1, 2, \dots$) とする. 数列 $\{S_n\}$ の一般項を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———