

2023—(B(文系))

◎ 数 学 問 題

15:00～16:00 (60分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計4カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

(1) a を実数とし、座標平面上の放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + a^2 + 2a - 3$ を考える。この放物線は異なる 2 点 A, B で x 軸と交わっているとする。

(i) a の取りうる値の範囲は ア である。

(ii) 2 点 A, B のうち、一方の x 座標が負であり、もう一方が原点に一致するとき、 $a =$ イ である。また、2 点 A, B の x 座標がともに 4 以上であるとき、 a の取りうる値の範囲は ウ である。

(2) $n = 3$ または 4 とし、 n 人で 1 回じゃんけんをする。

ただし、じゃんけんには、グー、チョキ、パーの 3 種類の手の出し方がある。参加者は同時にいずれか 1 つの手を出し、勝敗を決める。グーはチョキに勝ち、チョキはパーに勝ち、パーはグーに勝つものとする。どの参加者もグー、チョキ、パーを出す確率はそれぞれ $\frac{1}{3}$ とする。また、参加者全員が 1 種類の同じ手を出す、または参加者の出した手がグー、チョキ、パーの 3 種類あり、勝者が決まらないことを「あいこ」と呼ぶ。

(i) $n = 3$ のとき、あいこになる確率は エ である。

(ii) $n = 4$ とする。2 人だけが勝つ確率は オ である。また、あいこになる確率は カ である。あいこになったとき、全員が同じ手を出している条件付き確率は キ である。

——— このページは白紙です。 ———

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

(1) p を実数とする. x の方程式

$$\sin 2x - 2\cos x + 2\sin x + p = 0 \quad (0 \leq x \leq \pi) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

を考える.

(i) $t = \cos x - \sin x$ とおく. $0 \leq x \leq \pi$ のとき, t の取りうる値の範囲は ア である.

また, $\sin 2x - 2\cos x + 2\sin x$ を t の式で表すと イ である.

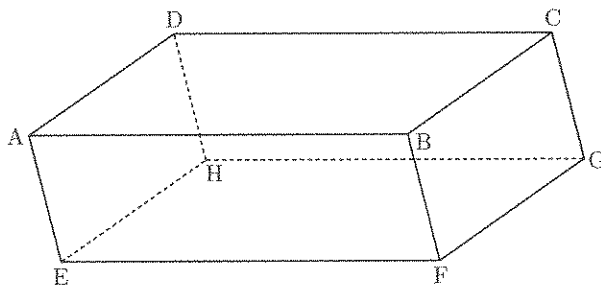
(ii) $p = -1$ のとき, 方程式 $\textcircled{1}$ の実数解は, $x =$ ウ である.

(iii) 方程式 $\textcircled{1}$ が異なる実数解をちょうど 3 個もつとき, p の取りうる値の範囲は エ である.

(2) 下の図のような平行六面体 $ABCD - EFGH$ を考える. $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{c}$ とおく. 線分 CG の中点を M , 直線 AM と平面 BDE の交点を P とする.

(i) $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表すと, $\overrightarrow{AM} =$ オ , $\overrightarrow{AP} =$ カ である.

(ii) 直線 DP と平面 ABE の交点を Q とすると, $\frac{BQ}{QE} =$ キ である.



——— このページは白紙です。 ———

[3]

座標平面上の放物線 $y = x^2$ を C_1 とする. a を正の実数とし, 放物線 C_1 を x 軸方向に $2a$, y 軸方向に $4a^2$ だけ平行移動した放物線を C_2 とし, 2 つの曲線 C_1, C_2 の共有点を P とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 点 P の座標を求めよ.

(2)

(i) 放物線 C_1 上の点 (t, t^2) における接線 ℓ の方程式を求めよ.

(ii) (i) の直線 ℓ が放物線 C_2 にも接しているとき, t を a の式で表せ. さらに, 2 つの曲線 C_1, C_2 および直線 ℓ で囲まれた部分の面積 S を a の式で表せ.

(3) ℓ は (2)(ii) で求めた直線であるとする. このとき, 点 P を通り直線 ℓ に平行な直線 m と放物線 C_2 で囲まれた部分の面積を T とする. $\frac{T}{S}$ の値を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———