

2023—(B(理系))

■ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(12ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計8カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて **HBの黒鉛筆**または **HBで0.5 mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱いってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってははいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

(1) 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 数字 1, 2 とアルファベット a, b, c, d, e の 7 文字を使って順列を作る。数字が隣り合う順列は ア 通り、数字の間にちょうど 4 文字並ぶ順列は イ 通り、両端ともアルファベットである順列は ウ 通り、少なくとも一方の端が数字である順列は エ 通りある。

(2) 座標空間に 2 点 $A(1, -3, 2)$, $B(3, -4, 1)$ をとる。 $|\overrightarrow{AB}|^2 =$ オ である。2 点 A, B から等距離にある x 軸上の点 P の座標は カ である。三角形 ABP の面積は キ である。

(3) 複素数 $\alpha = \frac{4i}{1-i}$ を極形式 $\alpha = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ($r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$) で表すと、 $\theta =$ ク である。複素数 α^n が実数になるような自然数 n のうち、最も小さいものは $n =$ ケ である。このとき、 $\alpha^n =$ コ である。

——— このページは白紙です。 ———

〔2〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

$\{a_n\}$ を初項 $a_1 = 9$ 、公差 2 の等差数列とし、 $\{b_n\}$ を初項 $b_1 = 2$ 、公比 $\frac{1}{3}$ の等比数列とする。

(1) $\{a_n\}$ の一般項は $a_n =$ ア であり、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とすると $S_n =$ イ である。また、

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \cdots + \frac{1}{a_{19} a_{20}} =$$
 ウ

であり、

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \frac{1}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{a_{19}} + \sqrt{a_{20}}} =$$
 エ

である。

(2) $\{b_n\}$ の一般項は $b_n =$ オ である。 $T_n = \sum_{k=1}^n b_k$ とすると $T_n =$ カ であり、 $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n =$ キ

である。

(3) $U_n = \sum_{k=1}^n (3k^2 - a_k)$ とすると、 $U_n =$ ク である。 $U_1, U_2, U_3, \dots, U_{60}$ の中で、7 で割り切れるものは ケ 個あり、4 で割り切れるものは コ 個ある。

—— このページは白紙です。 ——

〔3〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

$0 \leq \theta \leq \frac{3}{4}\pi$ とし、 $s = \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ とする。

(1) $s = r \sin(\theta - \alpha)$ (r, α は $r > 0, 0 \leq \alpha < \pi$ を満たす定数) の形に書き直すと、 $s =$ ア である。
 s のとりうる値の範囲は イ である。

(2) s^2 は $\theta =$ ウ のとき最小値をとり、 $\theta =$ エ のとき最大値 オ をとる。また、関数
 $f(s) = \frac{s^2}{2} + \frac{2}{s^2}$ を $s > 0$ となる場合に限って考えると、 $f(s)$ は $\theta =$ カ のとき最小値をとる。

(3) $t = -\sqrt{3} \sin 2\theta + \cos 2\theta$ とする。 t を s の式で表すと $t =$ キ であり、 $g(t) = t + 2\sqrt{3(t+2)}$ は
 $\theta =$ ク のとき最小値 ケ をとる。

a は実数の定数とすると、 $g(t) = a$ を満たす θ が2個存在するような a の値の範囲は コ である。

——— このページは白紙です。 ———

[4]

関数 $f(x) = \frac{x^2 + 3x + a}{x + 2}$ は $x = 0$ で極値をとるとする．曲線 $C: y = f(x)$ と直線 $\ell: y = 4$ を考える．次の問いに答えよ．

- (1) 定数 a の値を定めよ．
- (2) 関数 $f(x)$ の極値をすべて求めよ．
- (3) 曲線 C と直線 ℓ のすべての交点の x 座標を求めよ．
- (4) 曲線 C と直線 ℓ で囲まれた部分の面積 S を求めよ．
- (5) 曲線 C と直線 ℓ で囲まれた部分を直線 ℓ の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ．

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———