2025—(C)

◎数　学　問　題

15：00～16：00（60分）

受験についての注意

1．試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2．数学の試験用紙は、問題用紙１部（８ページ）、記述式解答用紙（あ）１枚、記述式解答用紙（い）１枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って切り離してください。
3．試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4．監督者の指示に従って、記述式解答用紙（２枚）の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所（計4カ所）**記入してください。また、氏名欄に氏名をそれぞれ**1カ所（計2カ所）**記入してください。
5．解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBで0.5 mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6．解答用紙は丁寧に取り扱ってください。
7．**解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。**
8．解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9．受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10．試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
11．試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12．問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は，解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること．
枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は，採点の対象にはならない．

〔1〕 次の文章中の $\boxed{}$ に適する式または数値を，解答用紙の同じ記号のついた $\boxed{}$ の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

（1） a を実数とし，x の 2 次関数を $f(x)=2x^2+4ax+3a-2$ とする．$0 \leqq x \leqq 4$ における $f(x)$ の最大値を M，最小値を m とする．

(i) $a=-1$ のとき，$M-m=$ $\boxed{ア}$ である．

(ii) $M=f(0)$ であるとする．このとき，a の取りうる値の範囲は $\boxed{イ}$ である．さらに，$M-m=36$ であるとき，$a=$ $\boxed{ウ}$ である．

（2） 袋の中に 1 から 8 までの自然数が 1 つずつ書かれた玉が合計 8 個入っている．この袋から 3 個の玉を同時に取り出し，袋の中に残った 5 個の玉に書かれた自然数の最大値を M，最小値を m とする．なお，解答は既約分数にすること．

(i) $M=5$ である確率は $\boxed{エ}$ である．また，$M-m=6$ である確率は $\boxed{オ}$ である．

(ii) m が奇数である確率は $\boxed{カ}$ である．また，M が m の倍数である確率は $\boxed{キ}$ である．

—— このページは白紙です。 ——

〔2〕　次の文章中の $\boxed{}$ に適する式または数値を，解答用紙の同じ記号のついた $\boxed{}$ の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

（1）　中心 O，半径 1 の球に外接する直円錐があり，底面の半径を r，高さを h とする．この直円錐の頂点を A とし，底面の円周上の点 B，C を BC が直径となるようにとる．また，$\angle \mathrm{OBC} = \theta$，$t = \tan\theta$ とおく．

（i）r，h を t を用いて表すと，$r = \boxed{\text{ア}}$，$h = \boxed{\text{イ}}$ である．

（ii）この直円錐の体積を V とする．このとき，V の最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，そのときの t の値は $t = \boxed{\text{エ}}$ である．

（2）　△OAB において辺 AB の中点を M とし，$\mathrm{OA} = 5$，$\mathrm{OB} = 4$，$\mathrm{OM} = \dfrac{7}{2}$ とする．また，線分 OM を 2 : 3 に内分する点を C，直線 OA と直線 BC の交点を D とする．さらに，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とおく．

（i）内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{オ}}$ である．

（ii）$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \boxed{\text{カ}}\,\vec{a}$ である．また，四角形 AMCD の面積は $\boxed{\text{キ}}$ である．

—— このページは白紙です。——

〔3〕　座標平面上の放物線 $y=-\frac{1}{2}x^2$ を C_1 とする．放物線 C_1 を x 軸方向に -2，y 軸方向に -2 だけ平行移動した放物線を C_2 とし，2 つの放物線 C_1，C_2 の交点を P とする．また，t を実数とし，放物線 C_1 上の点 $\left(t, -\frac{1}{2}t^2\right)$ における C_1 の接線を ℓ とする．このとき，次の問いに答えよ．

（1）　点 P の座標を求めよ．また，接線 ℓ の方程式を求めよ．

（2）　直線 ℓ が放物線 C_2 にも接しているとき，t の値を求めよ．また，このとき，2 つの放物線 C_1，C_2 および直線 ℓ で囲まれた部分を D とする．D の面積 S を求めよ．

（3）　直線 $y=-x-4$ を m とし，（2）で求めた D が直線 m により分けられた 2 つの部分のうち，直線 m の下側の部分の面積 T を求めよ．

—— このページは白紙です。——

——— このページは白紙です。———