

2025—(G(理系))

■ 数 学 問 題

13:00~14:30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(12ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出してください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷の不鮮明、ページの欠落、乱れおよび解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出してください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(4枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ2力所(計8力所)記入してください。また、氏名欄に氏名をそれぞれ1力所(計4力所)記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHBで0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答用紙は丁寧に取り扱ってください。
7. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
8. 解答中以外の解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
9. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば当該年度の全入学試験を無効とします。
10. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に申し出してください。
11. 試験終了の合図と同時に解答をやめてください。
12. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

(1)

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 複素数平面において、点 6 を、点 $4i$ を中心として $\frac{\pi}{2}$ だけ回転した点は であり、 $\frac{\pi}{4}$ だけ回転した点は イ である。

(2) 座標空間に 4 点 $O(0,0,0)$, $A(-1,2,3)$, $B(2,4,4)$, $P(3t-1, 2t+2, t+3)$ があり、線分 AB を $3:2$ に外分する点を C とする。 \overrightarrow{OC} を成分で表すと $\overrightarrow{OC} = \boxed{\text{ウ}}$ である。 \overrightarrow{OC} と \overrightarrow{OP} が垂直であるとき、実数 t の値は $t = \boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ は公比 r の等比数列で、 $a_3 = \frac{8}{9}$, $a_5 = \frac{32}{81}$ とする。 $r > 0$ のとき、一般項 a_n を n の式で表すと、 $a_n = \boxed{\text{オ}}$ である。また、 $r < 0$ のとき、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の和は カ である。

(4) a は実数とし、 $P(x) = 2x^3 + (a+2)x^2 + (a-3)x - a + 2$ とする。3 次方程式 $P(x) = 0$ が $x = -\frac{1}{2}$ を解にもつとき、 $a = \boxed{\text{キ}}$ であり、最大の解は $x = \boxed{\text{ク}}$ である。

—— このページは白紙です。——

(2) 次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

$x = \cos \theta$ とおく。 $\cos 2\theta$ と $\cos 3\theta$ を x の多項式で表すと $\cos 2\theta = \boxed{\text{ア}}$, $\cos 3\theta = \boxed{\text{イ}}$ である。

a, b は実数とし、 $f(\theta) = \cos 3\theta + a \cos 2\theta + b \cos \theta$ とおく。 $0 \leq \theta < \pi$ において

$$g(\theta) = \frac{f(\theta) - f(\pi)}{\cos \theta + 1}$$

とするとき、 x のとりうる値の範囲は ウ であり、 $g(\theta)$ を x の多項式で表すと $g(\theta) = \boxed{\text{エ}}$ である。

$a \leq -2$ のとき $g(\theta)$ の最小値は オ, $-2 < a < \boxed{\text{カ}}$ のとき $g(\theta)$ の最小値は キ である。

$a \geq \boxed{\text{カ}}$ のとき $g(\theta)$ の最小値は存在しない。

また、 $g(\theta)$ の最大値が存在するような a の値の範囲は ク である。

—— このページは白紙です。——

(3)

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

1 から n までの番号が 1 つずつ書かれている n 個の球が、箱の中に入っている。この箱の中から 3 個の球を同時に取り出す。ただし $n \geq 4$ である。

- (1) $n = 4$ のとき、取り出し方は全部で 通りある。
- (2) $n = 5$ とする。取り出した球に書かれている 3 つの数が連続しているような取り出し方は 通りあり、その確率は である。また、取り出した球に書かれている 3 つの数のうち、どの 2 つも連続していない確率は である。
- (3) 取り出した球に書かれている 3 つの数のうち、2 つだけが連続しているような取り出し方は、連続する 2 数の組が $\{1, 2\}, \{n-1, n\}$ のとき、それぞれ 通りあり、 $\{s, s+1\}$ ($s = 2, 3, \dots, n-2$) のとき、それぞれ 通りある。したがって、取り出した球に書かれている 3 つの数のうち、2 つだけが連続している確率 $p(n)$ は であり、 $p(n)$ ($n \geq 4$) の最大値は である。

—— このページは白紙です。——

(4)

2つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ を

$$f(x) = 1 - \frac{1}{1+x^2}, \quad g(x) = -x^2 + \frac{3}{2}$$

とし、2つの曲線 C_1 と C_2 を、 $C_1 : y = f(x)$, $C_2 : y = g(x)$ とする。また、曲線 C_1 と曲線 C_2 で囲まれた部分を D とする。次の問い合わせに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の最小値を求めよ。
- (2) 曲線 C_1 と曲線 C_2 の共有点の座標を求めよ。
- (3) D の面積 S を求めよ。
- (4) D を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

—— このページは白紙です。——

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。——

—— このページは白紙です。 ——