平成20年度
入学者選抜学力検査問題

生命分子化学科
数　　　　学

〔注　意〕

1　机上に受験票を提示しておくこと。

2　監督者の指示があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。

3　解答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。

4　解答用紙に受験番号および氏名を必ず記入すること。

5　この問題冊子は表紙・裏表紙および余白を入れて6ページからなっている。

6　解答用紙は3枚ある。

7　下書き用紙は3枚ある。

8　この問題冊子のうち，落丁・乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば，手をあげて申し出ること。

9　この問題の内容に関する質問には答えない。

10　試験開始後60分経過しないと退室できない。退室するときには，解答用紙を机上に置き，問題冊子，下書き用紙は持ち帰ること。

（余　白）

1　$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{3}$ とする．自然数 n に対し，関数 $f_n(\theta) = |16\tan^4\theta - 8n\tan^2\theta|$ の最大値を M_n とし，$S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} M_k$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) M_n を n を用いて多項式で表せ．

(2) S_n を n を用いて多項式で表せ．

(3) $S_n = 2972$ となる場合に，$f_n(\theta)$ の最大値とそのときの θ の値を求めよ．

(配点 60 点)

2　xy 平面上に，3 点 O(0, 0)，A($\sqrt{3}$, 1)，B(0, 2) を頂点とする三角形 OAB がある．時刻 t における動点 P，Q について，以下の条件を満たすものとする．動点 P は，時刻 $t = 0$ で点 O を出発して，辺 OA 上を一定の速さで動き，時刻 $t = 2$ で点 A に達する．また動点 Q は，動点 P が動き始めてから時刻 $t = 1$ までは点 A に静止しており，その後，時刻も $t = 1$ で点 A を出発して辺 AB，BO 上を一定の速さで動き，動点 P が点 A に達すると同時に点 O に達する．以下の問いに答えよ．

(1) $0 \leqq t \leqq 2$ におけるベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ の各成分を，t を用いて表せ．

(2) $0 \leqq t \leqq 2$ における $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$ の最小値を求めよ．

(3) $1 < t < 2$ において，三角形 OPQ の面積が，三角形 OAB の面積の $\dfrac{1}{3}$ となる時刻 t を求めよ．

(配点 70 点)

3 関数 $f(x)=x^2+ax+b$ $(x \leqq 0)$ と関数 $g(x)=x^3-12x+b$ $(x \geqq 0)$ があり，曲線 $C_1: y=f(x)$ と曲線 $C_2: y=g(x)$ は，それぞれ x 軸に接するものとする．ただし，a，b は実数とする．以下の問いに答えよ．

(1) a と b を求めよ．

(2) 点 $(0,-16)$ から 2 つの曲線 C_1，C_2 にそれぞれ接線 ℓ_1，ℓ_2 を引くとき，接線 ℓ_1，ℓ_2 の方程式と各接点の座標を求めよ．

(3) 2 つの曲線 C_1，C_2 と 2 つの接線 ℓ_1，ℓ_2 で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

(配点 70 点)

（余　白）