

平成 23 年度 前期日程
入学者選抜学力検査問題

生命分子化学科学 数

[注 意]

- 1 机上に受験票を提示しておくこと。
- 2 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 解答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
- 4 解答用紙に受験番号および氏名を必ず記入すること。
- 5 この冊子の問題は 3 ページからなっている。
- 6 解答用紙は 3 枚ある。
- 7 下書き用紙は 3 枚ある。
- 8 この問題冊子のうち、落丁・乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば、手をあげて申し出ること。
- 9 この問題の内容に関する質問には答えない。
- 10 試験開始後 60 分経過しないと退室できない。退室するときには、解答用紙を机上に置き、問題冊子、下書き用紙は持ち帰ること。

1 $\triangle ABC$ の 3 つの角 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ のそれぞれの大きさを A , B , C とする. 以下の問いに答えよ.

(1) $\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$ を余弦の加法定理から導け.

(2) (1)の結果を用いて $\cos A + \cos B \leq 2 \sin \frac{C}{2}$ を示せ. また, 等号が成り立つのはどのようなときか.

(3) (2)の結果を用いて $\cos A + \cos B + \cos C$ が最大となるとき, A , B , C を求めよ.

(配点 60 点)

2 $\triangle OAB$ に対し、 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき、 $\overrightarrow{OP}=s\vec{a}+t\vec{b}$ で表される点 P を考える。点 C は辺 OB を 3:1 に外分する点とする。以下の問いに答えよ。

(1) 実数 s, t が $0 \leq s \leq \frac{1}{2}$ 、 $0 \leq t \leq \frac{1}{2}$ の条件を満たしながら動くとき、 P の存在範囲を求めよ。

(2) 実数 s, t が $3s+2t=3$ 、 $s \geq 0$ 、 $t \geq 0$ の条件を満たしながら動くとき、 P の存在範囲を求めよ。

(3) 実数 s, t が $s+2t=2$ 、 $3s+2t=3$ 、 $s \geq 0$ 、 $t \geq 0$ の条件を満たすとき、 $\frac{|\overrightarrow{CP}|}{|\overrightarrow{AP}|}$ を求めよ。

(4) $|\overrightarrow{OA}|=4$ 、 $|\overrightarrow{OB}|=3$ 、 $\angle AOB=60^\circ$ とする。 P が辺 AB の垂直二等分線上にあるとき、 s, t の関係式を求めよ。

(配点 70 点)

3 曲線 $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ を C とする. $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ とおく. 以下の問いに答えよ.

- (1) y 軸上の点 $P(0, a)$ から C に接線がちょうど 3 本引けた. このとき a がとり得る値の範囲を求めよ. ただし, C と 1 本の直線が 2 点以上で接することはないことを, 説明なく用いてよい.
- (2) 点 $P(0, a)$ から曲線 C に引いた接線上の接点を点 $Q(s, f(s))$ とする. a が(1)で求めた範囲の値をとるとき, s がとり得る値の範囲を求めよ.

(配点 70 点)