

平成 25 年度 前期日程
入学者選抜学力検査問題

生命分子化学科学 数

[注 意]

- 1 机上に受験票を提示しておくこと。
- 2 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 解答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
- 4 解答用紙に受験番号および氏名を必ず記入すること。
- 5 この冊子の問題は 4 ページからなっている。
- 6 解答用紙は 4 枚ある。
- 7 下書き用紙は 4 枚ある。
- 8 この問題冊子のうち、落丁・乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば、手をあげて申し出ること。
- 9 この問題の内容に関する質問には答えない。
- 10 試験開始後 60 分経過しないと退室できない。退室するときには、解答用紙を机上に置き、問題冊子、下書き用紙は持ち帰ること。

1 xy 平面上に、原点 O を中心とする半径 1 の円 C と、点 $(4, 3)$ を中心とする半径 1 の円 D がある。円 C 上に異なる 2 点 A , B があり、円 D 上に点 P がある。 2 つの直線 AP , BP は円 C の接線とする。直線 AB と直線 OP の交点を Q とするとき、以下の問いに答えよ。

(1) 点 P の座標を $(5, 3)$ とするとき、直線 AB の方程式を求めよ。

(2) 上記(1)のとき、点 Q の座標を求めよ。

(3) 点 P が円 D の円周上を動くとき、点 Q の軌跡が点 $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{8}\right)$ を中心とする半径 $\frac{1}{24}$ の円となることを示せ。

(配点 70 点)

- 2 定数 a を実数とし, $0 \leq x < 2\pi$ とする. 関数 $f(x) = 1 - 2a - 2a \cos x - 2 \sin^2 x$ の最小値が $\frac{1}{2}$ のとき, a の値とそのときの $f(x)$ の最大値を求めよ.

(配点 30 点)

3 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) 18^{20} の桁数を求めよ。

(2) n を自然数とする。 $\left(\frac{4}{15}\right)^n$ は小数で表すと、小数第1位から小数第9位まですべて0で、かつ小数第10位が0でない数字に

なるとする。このとき、 n をすべて求めよ。

(配点 30 点)

- 4 $x \geq 0$ とする. 関数 $f(x) = -x^3 + x$ と関数 $g(x) = x^3 - x^2$ がある. xy 平面上に曲線 $C_1 : y = f(x)$ および曲線 $C_2 : y = g(x)$ を定めるとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 曲線 C_1 上の点 $(1, 0)$ における曲線 C_1 の接線の方程式を求めよ.
- (2) 上記(1)で得られた曲線 C_1 の接線と曲線 C_2 の接線が直交するとき, 曲線 C_2 の接線の方程式を求めよ.
- (3) $0 \leq x \leq 1$ において, $f(x) \geq g(x)$ が成り立つことを示せ.
- (4) 原点を通り, 曲線 C_1 と曲線 C_2 とで囲まれる図形の面積を二等分する直線の方程式を求めよ.

(配点 70 点)