

平成 26 年度 前期日程
入学者選抜学力検査問題

生命分子化学科学
数

〔注 意〕

- 1 机上に受験票を提示しておくこと。
- 2 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 3 解答は必ず別紙の解答用紙の指定された箇所に記入すること。
- 4 解答用紙に受験番号・氏名を必ず記入すること。
- 5 この冊子の問題は 3 ページからなっている。
- 6 解答用紙は 3 枚ある。
- 7 下書き用紙は 3 枚ある。
- 8 この冊子のうち、落丁・乱丁及び印刷不鮮明な箇所があれば、手をあげて申し出ること。
- 9 この問題の内容に関する質問には答えない。
- 10 試験開始後 60 分を経過しないと退室できない。試験時間の途中で退室するときは、解答用紙を裏返して机上に置き、問題冊子、下書き用紙は持ち帰ること。

1 $0 < t < 1$ とする. $\triangle OAB$ において, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とする. $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ となる点を C とし, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とする.

$\overrightarrow{OD} = t\vec{b}$ となる点を D, $\overrightarrow{OE} = (1-t)\vec{a}$ となる点を E, $\overrightarrow{AF} = (1-t)\overrightarrow{AB}$ となる点を F とする. 線分 AD と線分 OC の交点を G とする. 以下の問いに答えよ.

(1) $3|\vec{a}|^2 + 6|\vec{b}|^2 - 9|\vec{c}|^2 = 2|\overrightarrow{AB}|^2$ となることを示せ.

(2) $\overrightarrow{AG}$ を, $\vec{a}$, $\vec{b}$ および t を用いて表せ.

(3) $\triangle OAB$ の面積を S_1 , $\triangle DEF$ の面積を S_2 とする. $\frac{S_2}{S_1}$ を t を用いて多項式で表し, $\frac{S_2}{S_1}$ の最小値とそのときの t の値を求めよ.

(配点 65 点)

- 2 定数 a を正の実数とする. 2 つの放物線 $C_1: y = 2x^2 + 1$, $C_2: y = -\sqrt{2}(x + a)^2 + 1$ がある. C_1 , C_2 の両方に接する直線を C_1 , C_2 の共通接線という. 以下の問いに答えよ.

- (1) C_1 上の任意の点 P の x 座標を t とする. 点 P における C_1 の接線の方程式を t を用いて表せ.
- (2) C_1 , C_2 の共通接線がちょうど 2 本存在することを示せ.
- (3) C_1 , C_2 の 2 本の共通接線と C_1 とで囲まれた部分の面積を a を用いて表せ.

(配点 70 点)

3 1 個のサイコロを 1 回投げるごとに，出た目によって，点 P が座標平面上を，次の規則に従って動くものとする．

最初は原点にあり，偶数が出た場合は x 軸の正の方向に出た目の数だけ進み，奇数が出た場合は y 軸の正の方向に出た目の数だけ進む．

点 P の到達点の座標を (x_0, y_0) とする．以下の問いに答えよ．ただし分数は既約分数で答えること．

(1) サイコロを 3 回投げたとき， $x_0 = 0$ かつ $y_0 = 9$ となる確率を求めよ．

(2) サイコロを n 回投げたとき， $x_0 = 2n + 2$ かつ $y_0 = 0$ となる確率を n を用いて表せ．

(3) サイコロを 2 回投げたとき， P が $\frac{x_0}{2} < y_0 < -\frac{x_0^3}{4} + 8$ の表す領域に存在する確率を求めよ．

(4) サイコロを 2 回投げたとき， P が $x_0^2 + y_0^2 - 8x_0 - 2y_0 + 13 > 0$ の表す領域に存在する確率を求めよ．

(配点 65 点)