

平成29年度 前期日程
入学者選抜学力検査問題

環境・情報科学科
数 学

〔注 意〕

- 1 机上に受験票を提示しておくこと。
- 2 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 解答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
- 4 解答用紙に受験番号および氏名を必ず記入すること。
- 5 この冊子の問題は4ページからなっている。
- 6 解答用紙は4枚ある。
- 7 下書き用紙は4枚ある。
- 8 この問題冊子のうち、落丁・乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば、手をあげて申し出ること。
- 9 この問題の内容に関する質問には答えない。
- 10 試験開始後60分経過しないと退室できない。退室するときには、解答用紙を机上に置き、問題冊子、下書き用紙は持ち帰ること。

1 n を 0 以上の整数とする. $x_n = 2 \cos \frac{2n}{17} \pi$ のとき以下の問いに答えよ.

(1) $s = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8$ とするとき, $x_1(s+1) = 2s+2$ となることを示せ.

(2) $t = x_1 + x_2 + x_4 + x_8$ とするとき, $t^2 + t - 4 = 0$ となることを示せ.

(3) $x_1 + x_4$ の値を求めよ.

(配点 100 点)

□2 1 辺の長さが 2 の正三角形を $\triangle OAB$ とする. $\triangle OAB$ の内接円を C_1 とする. 2 辺 OA, OB と円 C_{n-1} に接する円を C_n として C_n ($n = 2, 3, 4, \dots$) を定める. 以下の問いに答えよ.

(1) k を自然数とする. C_k の半径が C_1 の半径の 0.001 倍未満となる最小の k を求めよ.

(2) C_n の面積を s_n とするとき, $\sum_{n=1}^{\infty} s_n$ の値を求めよ.

(配点 100 点)

- [3] α を実数とする. O を原点とする座標空間内に 3 点 $A(3, -3, -3)$, $B(3, -1, 3)$, $C(\alpha, 1, 1)$ がある. A を通り $\vec{m}_1 = (1, 2, 1)$ に平行な直線を ℓ_1 とする. B を通り $\vec{m}_2 = (-1, 1, 1)$ に平行な直線を ℓ_2 とする. 点 P は ℓ_1 上にあり, 点 Q は ℓ_2 上にある. $|\vec{PQ}|$ が最小となるとき, 以下の問いに答えよ.

(1) P と Q の座標を求めよ.

(2) $\triangle OPQ$ の面積を求めよ.

(3) 3 点 O, P, Q の定める平面を π とする. C を通り π の法線ベクトルに平行な直線を ℓ_3 とする. ℓ_3 と π の交点を H とする. H が $\triangle OPQ$ の周上にあるとき, α の値をすべて求めよ.

(配点 100 点)

- 4 $x > 0$ で定義された微分可能な関数 $f(x)$ を

$$3xf(x) + 3 \int_1^x f(t)dt = 4x^3 + 3 \int_1^2 f(t)dt$$

によって定める. 曲線 $C: y = f(x)$ を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1) $f(x)$ を求めよ.
- (2) $g(x) = |x - 1|f(x)$ とおくとき, $g(x)$ は $x = 1$ で微分可能でないことを示せ.
- (3) C と直線 $\ell: y = a$ との共有点の個数を, a の値によって分類せよ.
- (4) C と 3 直線 $y = 0, x = 1, x = 2$ で囲まれた部分を, x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ.

(配点 100 点)

