平成27年度（前期日程）
入学者選抜学力検査問題

数　　学　（120分）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで，問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。
2. **解答用紙には受験番号を記入する欄がそれぞれ２箇所ずつあります。監督者の指示に従って，すべての解答用紙（合計４枚）の受験番号記入欄（合計８箇所）に受験番号を記入しなさい。**
3. **解答は，問題番号に対応する解答用紙の指定された場所に書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。**
4. 問題は全部で４問あり，２ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の白紙と余白は，計算などに使用してもよろしい。
6. **解答用紙は，持ち帰ってはいけません。**
7. 問題冊子と計算用紙は，持ち帰りなさい。

問題 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ のそれぞれに対する配点率は同一である。

1 xyz 空間の 3 点 O(0, 0, 0), A(0, 0, 1), B(2, 4, −1) を考える。直線 AB 上の点 C_1, C_2 はそれぞれ次の条件を満たす。

直線 AB 上を点 C が動くとき，$|\overrightarrow{OC}|$ は C が C_1 に一致するとき最小となる。

直線 AB 上を点 C が動くとき，$\dfrac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{OC}|}$ は C が C_2 に一致するとき最大となる。

このとき，次の問いに答えよ。

(1) $|\overrightarrow{OC_1}|$ の値および内積 $\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{OC_1}$ の値を求めよ。

(2) $\dfrac{|\overrightarrow{AC_2}|}{|\overrightarrow{OC_2}|}$ の値および内積 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC_2}$ の値を求めよ。

(3) 2 つの三角形 $\triangle AC_1O$ と $\triangle AOC_2$ は相似であることを示せ。

2 e を自然対数の底とする。xy 平面上で，曲線 $y=e^{2x}$ の，点 (t, e^{2t}) における接線を ℓ_t とし，点 (s, e^{2s}) における接線を ℓ_s とする。ℓ_s の傾きが ℓ_t の傾きの e 倍に等しいとする。

(1) ℓ_t と ℓ_s の交点の座標を t を用いて表せ。

(2) ℓ_s を，y 軸に関して対称移動して得られる直線を L とする。L と直線 $x=t$ との交点を P_t とする。P_t の y 座標を t を用いて表せ。

(3) a を正の実数とする。t が $0 \leqq t \leqq a$ の範囲を動くとき，(2) で定めた点 P_t が描く曲線を C とする。C と x 軸および直線 $x=a$ とで囲まれた図形の面積を求めよ。

（以下余白）

3 次の問いに答えよ。

(1) $0 < x < 2\pi$ の範囲において，方程式 $\sin 5x = \sin x$ の解をすべて求めよ。

(2) (1) で求めた解のうちで最小のものを a とする。曲線 $y = \sin 5x - \sin x$ $(0 \leqq x \leqq a)$ と x 軸で囲まれた図形を，x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

4 次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ が次の条件を満たしているとき $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 1, \quad a_n + a_{n+1} - \frac{2n+1}{n(n+1)} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

(2) 数列 $\{b_n\}$ が次の条件を満たしているとき $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$$b_1 = 2, \quad b_n + b_{n+1} - \frac{2n+1}{n(n+1)} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

（問題終り）

（以下余白）