

平成 28 年度（前期日程）

入学者選抜学力検査問題

数 学 (120 分)

（注意事項）

1. 監督者の指示があるまで，問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。
2. 解答用紙には受験番号を記入する欄がそれぞれ2箇所ずつあります。監督者の指示に従って，すべての解答用紙（合計4枚）の受験番号記入欄（合計8箇所）に受験番号を記入しなさい。
3. 解答は，問題番号に対応する解答用紙の指定された場所を書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。
4. 問題は全部で4問あり，2ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の白紙と余白は，計算などに使用してもよろしい。
6. 解答用紙は，持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子と計算用紙は，持ち帰りなさい。

問題 1 2 3 4 のそれぞれに対する配点率は同一である。

1 空間内の平面 α 上に平行四辺形 $OABC$ があり、

$$OA = 2, \quad OC = 3, \quad \angle AOC = \frac{\pi}{3}$$

とする。点 C を通り α に垂直な直線上に点 D があり、

$$CD = 1$$

とする。3点 O, B, D を通る平面を β とし、 C を通り β に垂直な直線と β との交点を H とする。

- (1) $\triangle OBD$ の面積を求めよ。
- (2) 線分 CH の長さを求めよ。

2 a を実数とする。関数

$$f(x) = e^{ax} \left(1 - \frac{2}{x} \right) \quad (x > 0)$$

を考える。 $f'(x) = 0$ となる正の実数 x の個数を k とする。

- (1) $k = 0$ となるような a の値の範囲を求めよ。
- (2) $k = 1$ となるような a の値の範囲を求めよ。 $k = 1$ のとき、 $f'(x) = 0$ となる正の実数 x を t とする。関数 $f(x)$ が $x = t$ において極値をとるかどうかを調べよ。
- (3) $k = 2$ となるような a の値の範囲を求めよ。 $k = 2$ のとき、 $f'(x) = 0$ となる正の実数 x を t_1, t_2 ($t_1 < t_2$) とする。関数 $f(x)$ が $x = t_1$ および $x = t_2$ のそれぞれにおいて極値をとるかどうかを調べよ。

(以下余白)

[前期]

3 a, b を実数とする。 $0 \leq x \leq \pi$ を定義域とする 2 つの関数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} & (0 < x \leq \pi) \\ a & (x = 0) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} & (0 < x \leq \pi) \\ b & (x = 0) \end{cases}$$

を考える。 $f(x), g(x)$ はともに $x = 0$ で連続であるとする。

- (1) a, b の値を求めよ。
- (2) xy 平面において、連立不等式

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq \pi \\ 0 \leq y \leq f(x)g(x) \end{cases}$$

の表す領域 D を考える。 D を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

4 赤球、白球合わせて 2 個以上入っている袋に対して、次の操作 (*) を考える。

- (*) 袋から同時に 2 個の球を取り出す。取り出した 2 個の球が同じ色である場合は、その色の球を 1 個だけ袋に入れる。

赤球 3 個と白球 2 個が入っている袋に対して一度操作 (*) を行い、その結果得られた袋に対してもう一度操作 (*) を行った後に、袋に入っている赤球と白球の個数をそれぞれ r, w とする。

- (1) 赤球 3 個と白球 2 個が入っている袋から 2 個の球を取り出すとき、取り出した赤球の個数が k である確率を p_k とする。 p_0, p_1, p_2 の値を求めよ。
- (2) $r = w$ となる確率を求めよ。
- (3) $r > w$ となる確率を求めよ。
- (4) $r > w$ であったときの $r + w = 2$ となる条件付き確率を求めよ。

(問題終り)

(以下余白)

[前期]