平成30年度（前期日程）
入学者選抜学力検査問題

数　学（120分）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで，問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。
2. **解答用紙には受験番号を記入する欄がそれぞれ２箇所ずつあります。監督者の指示に従って，すべての解答用紙（合計４枚）の受験番号記入欄（合計８箇所）に受験番号を記入しなさい。**
3. **解答は，問題番号に対応する解答用紙の指定された場所に書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。**
4. 問題は全部で４問あり，２ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の白紙と余白は，計算などに使用してもよろしい。
6. **解答用紙は，持ち帰ってはいけません。**
7. 問題冊子と計算用紙は，持ち帰りなさい。

問題 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ のそれぞれに対する配点率は同一である。

$\boxed{1}$ xy 平面上の曲線 $C_1 : y = \log x \ (x > 0)$ と曲線 $C_2 : y = \frac{1}{2}(\log x)^2 - 4 \ (x > 0)$ を考える。ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す。

(1) C_1 と C_2 の共有点をすべて求めよ。

(2) C_2 の接線で原点を通るものをすべて求めよ。

(3) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。

$\boxed{2}$ (1) r を正の実数とし，θ を実数とする。絶対値が r の複素数 z に対して複素数 w を

$$w = z(\cos\theta + i\sin\theta)$$

で定める。複素数 $w - z$ の絶対値 $|w - z|$ を求めよ。

(2) θ と α を実数とする。絶対値が 1 の複素数 z_1 に対して複素数 z_2, z_3 を

$$z_2 = z_1(\cos\theta + i\sin\theta), \quad z_3 = z_1(\cos\alpha + i\sin\alpha)$$

で定める。

(i) 複素数 $\dfrac{z_3}{z_2}$ の実部と虚部を求めよ。

(ii) $\left|(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)\right|$ を求めよ。

(iii) α が $\alpha = 2\theta$ を満たし，θ が $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲を動くときの $\left|(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)\right|$ の最大値を求めよ。

（以下余白） ［前期］

3 　a を実数とする。xy 平面上の直線 $C_1 : y = ax$ と曲線 $C_2 : y = (2x - x^2)e^x$ を考える。C_1 と C_2 の共有点の個数を $N(a)$ で表す。$N(a)$ を求めよ。ただし，必要ならば $\lim_{x \to -\infty} xe^x = 0$ であることを証明なしに用いてよい。

4 　数列 $\{a_n\}$ の一般項が $a_n = (2n+1)(3n+2)$ $(n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$ で与えられている。数列 $\{b_k\}$ は，整数 a_n が 2 でも 3 でも割り切れないような自然数 n を小さいものから順に並べてできる数列とする。b_k $(k = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$ を求めよ。

（問題終り）

（以下余白）　［前期］