

平成 7 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

総合人間〈文系〉・文・教育・法・経済学部用

150 点満点

(文学部は 100 点満点に換算)

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに 16 ページある。
3. 問題は全部で 5 題ある (1 ページから 2 ページ)。
4. 筆答開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙にはこれら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定されたページに書くこと。ただし、そこに書き切れない場合には、続き方をはっきり示し、下書き用ページに続きを書いてもよい。
6. 解答のための下書き、計算などは、下書き用ページに書き、消さないでそのまま残しておくこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換を f とする。平面上の 1 点を P , 原点を

O とする。 $\overrightarrow{OP}$ の f による像を $\overrightarrow{OQ}$, x 軸に垂直で点 Q を通る直線と x 軸との交点を R とする。点 P が O に一致しない範囲を動くとき,

$$\frac{|\overrightarrow{OR}|}{|\overrightarrow{OP}|} \text{ の最大値が } 2, \quad \frac{|\overrightarrow{OQ}|}{|\overrightarrow{OP}|} \text{ の最大値と最小値の比が } 3$$

となるように a, b の値を定めよ。

2

(30 点)

数列 x_n を

$$x_n = -an^2 + bn + c, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

によって定める。このとき、次の 2 つの条件 (イ), (ロ) をみたす自然数 a, b, c を求めよ。

(イ) $4, x_1, x_2$ はこの順で等差数列である。

(ロ) すべての自然数 n に対して

$$\left(\frac{x_n + x_{n+1}}{2} \right)^2 \geq x_n x_{n+1} + 1$$

が成り立つ。

3

(30 点)

a, r は $a \geq \frac{1}{2}, 0 < r < \frac{1}{2}\sqrt{4a-1}$ をみたす定数とする。

円 $x^2 + (y-a)^2 = r^2$ の接線と放物線 $y = x^2$ で囲まれる図形の面積の最小値を a と r で表せ。

点 $(1, 1)$ を通る円 E :

$$E = \left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \right\} \quad (a, b > 0)$$

を 1 次変換 $f = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ で移した集合を C とする。

- (1) $|t| < 2$ ならば, 直線 $x = t$ は異なる 2 点 A_1, A_2 で C と交わることを示せ。
- (2) $|t| < 2, t^2 \neq b^2$ とする。(1) の A_1, A_2 とそれぞれ同じ y 座標をもつ点 B_1, B_2 ($B_1 \neq A_1, B_2 \neq A_2$) が C 上にあることを示し, 線分の長さの比 $\frac{B_1B_2}{A_1A_2}$ を求めよ。

1 番から 7 番まで番号のついた席が番号順に一列に並んでいる。客が順に到着して次のように着席していくとする。

- (イ) 両端の席および先客が着席している隣の席に次の客が着席する確率は, すべて等しい。
- (ロ) 両隣が空席の席に着席する確率は, 隣の席にすでに先客が着席している席または端の席に着席する確率に比べて 2 倍である。

このとき,

- (1) 3 人目の客が到着したときに, すでに 1 番と 3 番の席に先客が着席している確率を求めよ。
- (2) 4 人目の客が到着したときに, すでに 2 番, 4 番, 6 番の席に先客が着席している確率を求めよ。

問題は, このページで終わりである。