



平成9年度入学試験問題

数 学

総合人間〈文系〉・文・教育・法・経済学部用

150点満点

(文学部は100点満点に換算)

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに16ページある。
3. 問題は全部で5題ある(1ページから2ページ)。
4. 筆答開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙にはこれら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定されたページに書くこと。ただし、そこに書き切れない場合には、続き方をはっきり示し、下書き用ページに続きを書いてもよい。
6. 解答のための下書き、計算などは、下書き用ページに書き、消さないでそのまま残しておくこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30点)

単位円 $C: x^2 + y^2 = 1$ 上の点 P をとり、定点 $A(-2, 0)$ から P へ線分を引き、その線分の P の側の延長線上に点 Q を $\overline{AP} \cdot \overline{PQ} = 3$ となるようにとる。ただし、 \overline{AP} は線分 AP の長さを表す。

- (1) $s = \overline{AP}$, $t = \overline{OQ}$ とおいて、 t を s で表せ。ただし $O(0, 0)$ は原点である。
- (2) 点 P が円 C 上を動くとき、点 Q の描く軌跡を求めよ。

2

(30点)

自然数 n の約数の個数を d とする。 n の約数すべてを小さい順に並べて得られる数列を a_k ($1 \leq k \leq d$) とする。したがって、 $a_1 = 1$, $a_d = n$, $a_k < a_{k+1}$ ($1 \leq k < d$) である。このとき、 n に対する次の2つの条件(イ)、(ロ)は互いに同値 (イ) \iff (ロ) であることを示せ。

(イ) n は 60 の倍数である。

(ロ) n は 6 個以上の約数を持ち、 $\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_6} = \frac{1}{a_2}$ となる。

3

(30点)

面積 1 の 3 角形 $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に 1 点 P をとり、 P を通り辺 BC に平行な直線と辺 AC の交点を Q とする。さらに線分 PQ の中点に関して A と対称な点を R とする。点 P が辺 AB 上を動くとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle PQR$ の共通部分の面積 S の最大値を求めよ。

4

(30点)

2次関数 $y = (ax + b)^2$ ($0 \leq x \leq 1$) の最大値を $M(a, b)$ とする。このとき、次の不等式 (*) が任意の実数 a, b に対して成り立つような実数 m の中で最小のものを求めよ。

$$(*) \quad M(a, b) \leq m \int_0^1 (ax + b)^2 dx$$

5

(30点)

箱の中に1と書かれたカードと3と書かれたカードが合計 N 枚入れている。1回の試行で、箱の中からでたらめに1枚のカードを取り出し、その数字を見た上で、箱の中に戻す。

A, B 2人がそれぞれ試行を2回または3回行って、その間に取り出したカードに書かれている数の合計が大きい方を勝ちとするゲームを行う。ただし、1人が3回の試行を行って、取り出した数の合計が7または9の場合には、その人の得点は0とする規則である。

そこでA, Bはそれぞれ次の作戦でゲームを行うことにした。

A: 2回目までの合計が2のときは3回目を行い、4または6のときは3回目を行わない。

B: 2回目までの合計が2または4のときは3回目を行い、6のときは3回目を行わない。

1と書かれたカードの枚数を n ($0 < n < N$) とし、 $p = \frac{n}{N}$ とする。

- (1) Aの得点の期待値 E_A , Bの得点の期待値 E_B をそれぞれ p で表せ。また、 $E_A > E_B$ となるための p の条件を求めよ。
- (2) Aの勝つ確率を P_A , Bの勝つ確率を P_B とするとき: 「 $E_A > E_B$ ならば $P_A > P_B$ 」といえるか?

問題は、このページで終わりである。