



平成 11 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

総合人間〈文系〉・文・教育・法・経済学部用

150 点満点

(文学部は 100 点満点に換算)

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに 16 ページある。
3. 問題は全部で 5 題ある (1 ページから 2 ページ)。
4. 筆答開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙にはこれら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定されたページに書くこと。ただし、そこに書き切れない場合には、続き方をはっきり示し、下書き用ページに続きを書いてもよい。
6. 解答のための下書き、計算などは、下書き用ページに書き、消さないでそのまま残しておくこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、ホッチキスをはずしたりページを切り離したりしてはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

鋭角三角形 $\triangle ABC$ において、辺 BC の中点を M 、 A から辺 BC にひいた垂線を AH とする。点 P を線分 MH 上にとるとき、

$$AB^2 + AC^2 \geq 2AP^2 + BP^2 + CP^2$$

となることを示せ。

2

(30 点)

放物線 $y = x^2$ の上を動く 2 点 P, Q があって、この放物線と線分 PQ が囲む部分の面積が常に 1 であるとき、 PQ の中点 R が描く図形の方程式を求めよ。

3

(30 点)

0 以上の整数 x に対して、 $C(x)$ で x の下 2 桁を表すことにする。たとえば、 $C(12578) = 78$ 、 $C(6) = 6$ である。 n を 2 でも 5 でも割り切れない正の整数とする。

- (1) x, y が 0 以上の整数のとき、 $C(nx) = C(ny)$ ならば、 $C(x) = C(y)$ であることを示せ。
- (2) $C(nx) = 1$ となる 0 以上の整数 x が存在することを示せ。

相異なる 4 つの複素数 z_1, z_2, z_3, z_4 に対して

$$w = \frac{(z_1 - z_3)(z_2 - z_4)}{(z_1 - z_4)(z_2 - z_3)}$$

と置く. このとき, 以下を証明せよ.

- (1) 複素数 z が単位円上にあるための必要十分条件は

$$\overline{z} = \frac{1}{z}$$

である.

- (2) z_1, z_2, z_3, z_4 が単位円上にあるとき, w は実数である.
 (3) z_1, z_2, z_3 が単位円上にあり, w が実数であれば, z_4 は単位円上にある.

n, k は自然数で, $n \geq 3, k \geq 2$ を満たすものとする. いま, n 角柱の $n + 2$ 個の面に 1 から $n + 2$ までの番号が書いてあるものとする. この $n + 2$ 個の面に 1 面ずつ, 異なる k 色の中から 1 色ずつ選んでは塗っていく. このとき, どの隣り合う面の組も同一色では塗られない塗り方の数を P_k で表す.

- (1) P_2 と P_3 を求めよ.
 (2) $n = 7$ のとき, P_4 を求めよ.

問題は, このページで終わりである.