



平成 11 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

総合人間〈理系〉・理・医・薬・工・農学部用

200 点満点

(医・工学部は 250 点満点に換算)

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに 16 ページある。
3. 問題は全部で 6 題ある (1 ページから 2 ページ)。
4. 筆答開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙にはこれら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定されたページに書くこと。ただし、そこに書き切れない場合には、続き方をはっきり示し、下書き用ページに続きを書いてよい。
6. 解答のための下書き、計算などは、下書き用ページに書き、消さないでそのまま残しておくこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、ホッチキスをはずしたりページを切り離したりしてはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

放物線 $y = x^2$ の上を動く 2 点 P, Q があって、この放物線と線分 PQ が囲む部分の面積が常に 1 であるとき、 PQ の中点 R が描く図形の方程式を求めよ。

2

(30 点)

平面上に 2 定点 A, B をとる、 c は正の定数として、平面上の点 P が

$$|\overrightarrow{PA}| \cdot |\overrightarrow{PB}| + \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = c$$

を満たすとき、点 P の軌跡を求めよ。

3

(35 点)

- (1) $a_0 < b_0, a_1 < b_1$ を満たす正の実数 a_0, b_0, a_1, b_1 について、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{b_1^2}{a_0^2 + 1} + \frac{a_1^2}{b_0^2 + 1} > \frac{a_1^2}{a_0^2 + 1} + \frac{b_1^2}{b_0^2 + 1}$$

- (2) n 個の自然数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ は互いに相異なり、

$$1 \leq x_k \leq n \quad (1 \leq k \leq n)$$

を満たしているとする。このとき、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\sum_{k=1}^n \frac{x_k^2}{k^2 + 1} > n - \frac{8}{5}$$

4

(35 点)

複素平面上で、 $\triangle ABC$ の頂点を表す複素数を α, β, γ とする。 α, β, γ が次の 3 条件を満たすとする。

1. $\triangle ABC$ は辺の長さ $\sqrt{3}$ の正三角形である
2. $\alpha + \beta + \gamma = 3$
3. $\alpha\beta\gamma$ は絶対値 1 で、虚数部分は正

このとき、次の問に答えよ。

- (1) $z = \alpha - 1$ において、 β と γ を z を使って表せ。
- (2) α, β, γ の偏角を求めよ。ただし $0^\circ \leq \arg \alpha \leq \arg \beta \leq \arg \gamma < 360^\circ$ とする。

以下の問に答えよ。ただし $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$ が無理数であることは使ってよい。

- (1) 有理数 p , q , r について,

$$p + q\sqrt{2} + r\sqrt{3} = 0$$

ならば, $p = q = r = 0$ であることを示せ。

- (2) 実数係数の 2 次式

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

について, $f(1)$, $f(1 + \sqrt{2})$, $f(\sqrt{3})$ のいずれかは無理数であることを示せ。

x , y は t を媒介変数として, 次のように表示されているものとする。

$$x = \frac{3t - t^2}{t + 1}$$

$$y = \frac{3t^2 - t^3}{t + 1}$$

変数 t が $0 \leq t \leq 3$ を動くとき, x と y の動く範囲をそれぞれ求めよ。さらに, この (x, y) が描くグラフが囲む図形と領域 $y \geq x$ の共通部分の面積を求めよ。

問題は, このページで終わりである。