

前

平成 18 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学 (理系)

200 点満点

《配点は、学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに 16 ページある。
3. 問題は全部で 6 題ある (1 ページから 2 ページ)。
4. 筆答開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙にはこれら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと。ただし、続き方をはっきり示して計算用ページに解答の続きを書いてもよい。この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。それ以外の場合、計算用ページは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、計算用ページに書くこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
8. 解答冊子は、ホッチキスをはずしたりページを切り離したりしてはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

$Q(x)$ を 2 次式とする. 整式 $P(x)$ は $Q(x)$ では割り切れないが, $\{P(x)\}^2$ は $Q(x)$ で割り切れるという. このとき 2 次方程式 $Q(x) = 0$ は重解を持つことを示せ.

2

(35 点)

点 O を原点とする座標空間の 3 点を $A(0, 1, 2)$, $B(2, 3, 0)$, $P(5+t, 9+2t, 5+3t)$ とする. 線分 OP と線分 AB が交点を持つような実数 t が存在することを示せ. またそのとき, 交点の座標を求めよ.

3

(30 点)

関数 $y = f(x)$ のグラフは, 座標平面で原点に関して点対称である. さらにこのグラフの $x \leq 0$ の部分は, 軸が y 軸に平行で, 点 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ を頂点とし, 原点を通る放物線と一致している. このとき $x = -1$ におけるこの関数のグラフの接線とこの関数のグラフによって囲まれる図形の面積を求めよ.

4

(35 点)

2 以上の自然数 n に対し, n と $n^2 + 2$ がともに素数になるのは $n = 3$ の場合に限ることを示せ.

5

(35 点)

$\triangle ABC$ に対し, 辺 AB 上に点 P を, 辺 BC 上に点 Q を, 辺 CA 上に点 R を, 頂点とは異なるようにとる. この 3 点がそれぞれの辺上を動くとき, この 3 点を頂点とする三角形の重心はどのような範囲を動くか図示せよ.

6

(35 点)

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ として, 関数 F を

$$F(\theta) = \int_0^\theta x \cos(x + \alpha) dx$$

で定める. θ が $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ の範囲を動くとき, F の最大値を求めよ.

問題は, このページで終わりである.