㊀前

# 平成20年度入学試験問題

# 数　　学（理系・甲）

200点満点

≪配点は，学生募集要項に記載のとおり.≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと.
2. 解答冊子は表紙のほかに16ページある.
3. 問題は全部で6題ある（1ページから2ページ).
4. 筆答開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙にはこれら以外のことを書いてはならない.
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと．ただし，続き方をはっきり示して計算用ページに解答の続きを書いてもよい．この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．それ以外の場合，計算用ページは採点の対象としない.
6. 解答のための下書き，計算などは，計算用ページに書くこと.
7. 解答に関係のないことを書いた答案は，無効にすることがある.
8. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない.
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない.

## 1

(35 点)

直線 $y = px + q$ が関数 $y = \log x$ のグラフと共有点を持たないために $p$ と $q$ が満たすべき必要十分条件を求めよ.

## 2

(35 点)

正四面体 ABCD を考える. 点 P は時刻 0 では頂点 A に位置し, 1 秒ごとにある頂点から他の 3 頂点のいずれかに, 等しい確率で動くとする. このとき, 時刻 0 から時刻 $n$ までの間に, 4 頂点 A, B, C, D のすべてに点 P が現れる確率を求めよ. ただし $n$ は 1 以上の整数とする.

## 3

(30 点)

AB = AC である二等辺三角形 ABC を考える. 辺 AB の中点を M とし, 辺 AB を延長した直線上に点 N を, AN : NB = 2 : 1 となるようにとる. このとき $\angle$BCM = $\angle$BCN となることを示せ.

ただし, 点 N は辺 AB 上にはないものとする。

**4**

(30 点)

定数 $a$ は実数であるとする．方程式

$$(x^2 + ax + 1)(3x^2 + ax - 3) = 0$$

を満たす実数 $x$ はいくつあるか．$a$ の値によって分類せよ．

**5**

(35 点)

次の式で与えられる底面の半径が 2，高さが 1 の円柱 $C$ を考える．

$$C = \{(x,\ y,\ z) \mid x^2 + y^2 \leqq 4,\ \ 0 \leqq z \leqq 1\}$$

$xy$ 平面上の直線 $y = 1$ を含み，$xy$ 平面と $45°$ の角をなす平面のうち，点 $(0,\ 2,\ 1)$ を通るものを $H$ とする．円柱 $C$ を平面 $H$ で二つに分けるとき，点 $(0,\ 2,\ 0)$ を含む方の体積を求めよ．

**6**

(35 点)

空間内に原点 O を中心とし半径 1 の球面 $S$ を考え，$S$ 上の 2 点を $\mathrm{A}\left(\dfrac{1}{2},\ 0,\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$\mathrm{B}\left(\dfrac{1}{4},\ \dfrac{\sqrt{3}}{4},\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ とする．$z = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ で与えられる平面で $S$ を切った切り口の円において，A と B を結ぶ弧のうち短い方の長さを $\ell_1$ とする．また 3 点 O，A，B を通る平面で $S$ を切った切り口の円において，A と B を結ぶ弧のうち短い方の長さを $\ell_2$ とする．このとき $\ell_1 > \ell_2$ を証明せよ．

**問題は，このページで終わりである．**